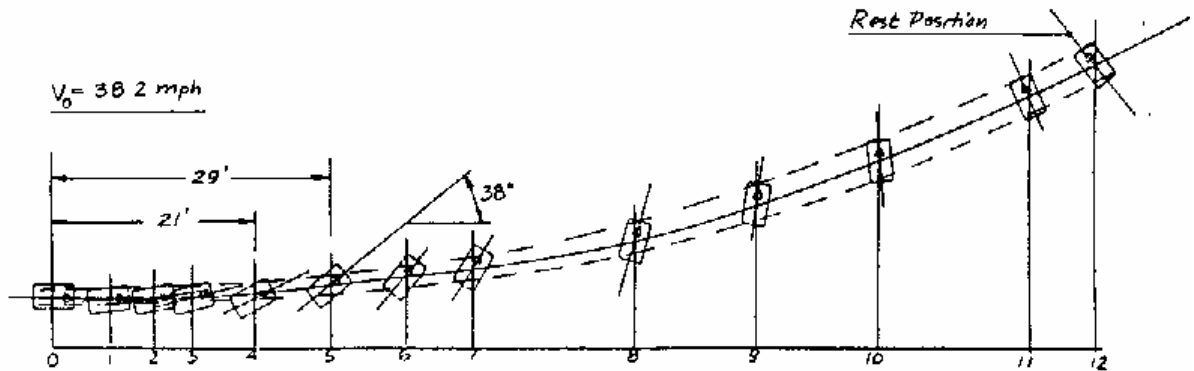


INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO EN EL PLANO



Aplicaciones en la Investigación y Reconstrucción de hechos de tránsito: el caso del derrape

Ing. Anibal O. García
agarcia@perarg.com.ar

INDICE

0.- RESUMEN.....	2
1.- ESTIMACIÓN DE LA <i>velocidad crítica</i> de DERRAPE.....	3
2.- EL COEFICIENTE APARENTE DE DERRAPE.....	4
4.- DE LA RECTA A LA CURVA - PRESENTACION DEL PROBLEMA.....	7
5.- LA TRAYECTORIA CURVA.....	8
6.- EL MOVIMIENTO DESCONTROLADO EN CURVA	10
7.- ESTIMACIONES EN EL MOVIMIENTO DE DERRAPE DESCONTROLADO.....	13
8.- ELABORACION DE UN MODELO DE DERRAPE.....	14
9.- CONCLUSIONES	18

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO EN EL PLANO

Aplicaciones en la Investigación y Reconstrucción de hechos de tránsito: el caso del derrape

Anibal O. García

0.- RESUMEN

El movimiento de un automóvil en el plano de coordenadas **X** e **Y** presenta una dificultad cualitativamente superior al que presenta el estudio del desplazamiento en una dirección. El número de variables se multiplica, y el número de ecuaciones que las relacionan crece en relación geométrica. En esas condiciones, la reconstrucción de movimientos curvos (trompos, derrapes, fuera de pista en curvas, etc.) se vuelve extremadamente compleja, al límite de que la mayoría de los problemas resultan técnicamente irresolubles.

Las metodologías aplicadas en estos casos, tendieron a homologar los movimientos de rotación y traslación de cuerpos rígidos sobre trayectoria curva, en desplazamientos de masas puntuales, prescindiendo de las coordenadas. Al reducir la trayectoria a una curva *S*, cuya curvatura resulta indiferente, el punto, sin inercia ni rotación, se comporta como en el caso del desplazamiento lineal.

Este criterio fundamenta los métodos más difundidos en el tema, del cual se destaca la determinación de la *velocidad crítica* y la estimación del coeficiente aparente de fricción en el derrape, difundido por *Limpert*⁽¹⁾. A ambos podríamos agregar un aporte más modesto realizado años atrás, utilizado para estimaciones en casos de trompos, sin vuelco ni choque posterior.⁽²⁾

Todos ellos unen a la simplicidad del método, el desconocimiento, ignorancia o indiferencia por la cantidad y complejidad de fenómenos involucrados en un movimiento donde la rotación del vehículo en torno a un punto incluido o no en su geometría, y la trayectoria curva de radio variable, interactúan entre sí. Estos métodos pasan por alto también los fenómenos que inician la fase de movimiento en rotación y traslación combinados, y los fenómenos transitorios por los que pasa un vehículo automóvil que circula en una trayectoria controlada para describir un movimiento descontrolado

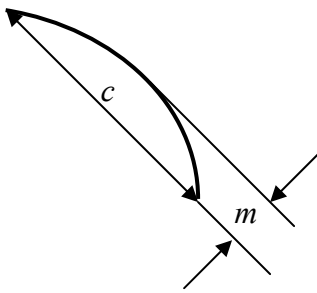
El presente trabajo inicia una serie de reflexiones, deducciones e hipótesis, acerca de la complejidad de estos fenómenos, con el objeto central de favorecer su comprensión. Estamos convencidos que quien sabe de *qué se trata*, tiene a su disposición elementos de juicio potentes para decidir racionalmente hasta donde y hasta cuándo, un método de estimación simple es confiable. Nuestra experiencia nos ha formado la convicción de que la inmensa mayoría de los errores con que nos encontramos a diario en la reconstrucción de hechos con esta fenomenología, se debe a una aplicación tan automatizada como ignorante de *fórmulas-receta*, de las que el usuario no tiene la menor idea de cómo se originaron, ni puede ofrecer una explicación elemental de sus fundamentos.

Pero no se trata de limitarse a desarrollar conceptos. Por el contrario, un bagaje teórico robusto y consistente nos acerca a la posibilidad de realizar análisis más detallado de los fenómenos, e incluso disminuye la dependencia de la precisión en el relevamiento de los rastros. En el final de este trabajo presentamos los rudimentos de un modelo sencillo de estimación de las condiciones de inicio de un movimiento de derrape, en base a algunas determinaciones sencillas en el lugar del siniestro.

Para comprender mejor la diferencia entre los métodos clásicos y algunas de las propuestas desarrolladas en este trabajo, la exposición se ordena con una somera presentación de los métodos *velocidad crítica* y la estimación del coeficiente aparente de *Limpert*, seguido de una introducción teórica del movimiento en dos coordenadas, para converger en los fundamentos de un sencillo modelo de estimación de velocidades de circulación en el inicio del derrape, y la magnitud de error que debe esperarse en estas determinaciones, tomando como referencia experiencias realizadas a fines del siglo pasado en los Estados Unidos de América⁽³⁾.

1.- ESTIMACIÓN DE LA *velocidad crítica* de DERRAPE

En el capítulo 4 del primer libro de Bohan & Damask⁽⁷⁾ -edición de 2004-, Mark Semon realiza una actualización del tema de la *velocidad crítica*, que es por lejos la mejor presentación del problema. Además de analizar el desarrollo de la fórmula y sus significados, el autor refiere a una serie de ensayos y correcciones a la fórmula sugerida por otros autores, dando una cabal idea integral de la cuestión. En este capítulo ofrecemos una síntesis de los conceptos esenciales de Mark Semon, remitiendo al lector interesado al trabajo citado.



La fórmula de la velocidad crítica, parte de la determinación del radio de curvatura de las huellas dejadas por un vehículo en derrape, cuya cuerda es c y la flecha máxima m . De acuerdo a la geometría de la circunferencia, el radio será.

$$R = (c^2/8m) + (m/2)$$

Basado en el equilibrio de un cuerpo que describe una trayectoria curva de radio R , siendo μ el coeficiente de fricción lateral, existe una velocidad límite V_{cs} , entendida como la máxima que el punto puede desarrollar describiendo esa trayectoria, y es:

$$V_{cs} = (\mu g R)^{1/2}$$

En el caso que exista una inclinación (peralte) de ángulo θ , siendo $B = \text{tg } \theta$, la expresión resultará:

$$V_{cs} = \{[(\mu + B) g R] / (1 - \mu B)\}^{1/2}$$

La curvatura a considerar en el cálculo del radio, es la dejada por la rueda delantera externa de la trayectoria.

Hay que prestar atención a que la expresión se ha deducido para una masa puntual, que gira en una trayectoria de radio R constante. Y el derrape ocurre con un cuerpo sólido discreto, que además de girar (su centro de masa) en torno a un centro de rotación, gira en torno a su baricentro.

Además, como bien aclara el autor citado, la trayectoria dejada en derrape no es una curva de radio constante, sino un segmento de hélice, de radio variable en disminución según el sentido de avance, y el radio calculado con la expresión dada anteriormente, es menor que el máximo radio real.

Esta expresión tiende a subestimar el valor real en el orden del 15 %; esta última estimación deriva de la observación sistemática de ensayos de derrape realizados por *Fricke*, en el entorno de los 60 km/h, empleando el coeficiente de fricción promedio, para vehículos lanzados, sin aceleración ni frenado por sus medios; hay correcciones sugeridas para el caso de aceleraciones positivas y

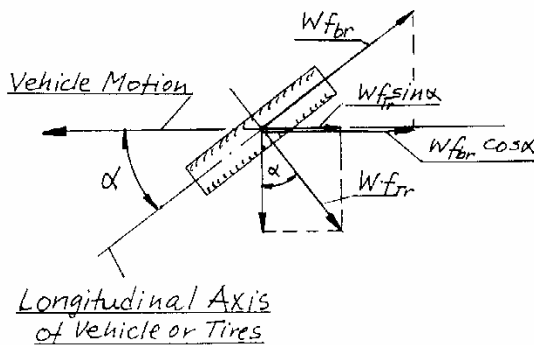
negativas, de base teórica, no comprobada mediante ensayos. Lo que si se ha verificado es que el frenado durante el derrape no modifica la trayectoria curva de manera importante

Mark Semon finaliza su trabajo mencionando los fenómenos ignorados por la fórmula: i) inercia o distribución de la masa; ii) rigidez de la suspensión; iii) camber del tren delantero y trasero; iv) efecto de las maniobras bruscas (que en general son las que originan el derrape); v) altura del baricentro; vi) condiciones particulares de cada rueda. Según el autor esta fórmula pertenece a la cultura policial, encontrada con la posición de los ingenieros y los científicos al considerar la integridad del fenómeno que da lugar a la formación de las huellas de derrape.

2.- EL COEFICIENTE APARENTE DE DERRAPE.

En el movimiento de derrape las ruedas forman con la dirección instantánea del centro de masa del vehículo, un ángulo α_i , variable a lo largo del tiempo (y de la trayectoria S). Lo que por simpleza denominamos *modelo de Limpert*, debido al desarrollo de este autor en su manual de reconstrucción de accidentes⁽¹⁾, estima la fuerza resultante aplicada en una rueda en un instante i mediante la ecuación:

$$F_i = [f_{tr} |\sen \alpha_i| + f_{br} |\cos \alpha_i|] W \quad (20-76)$$



donde W es el peso del vehículo (m g) y f el coeficiente debido al derrape y al frenado (ruedas sin bloquear) respectivamente. El trabajo desarrollado por las fuerzas de fricción F_i , igualado a la energía cinética perdida, está dado por la expresión:

$$E_c = \Sigma (F_i + F_{i+1}) (S_{i+1} - S_i) \quad (20-77)$$

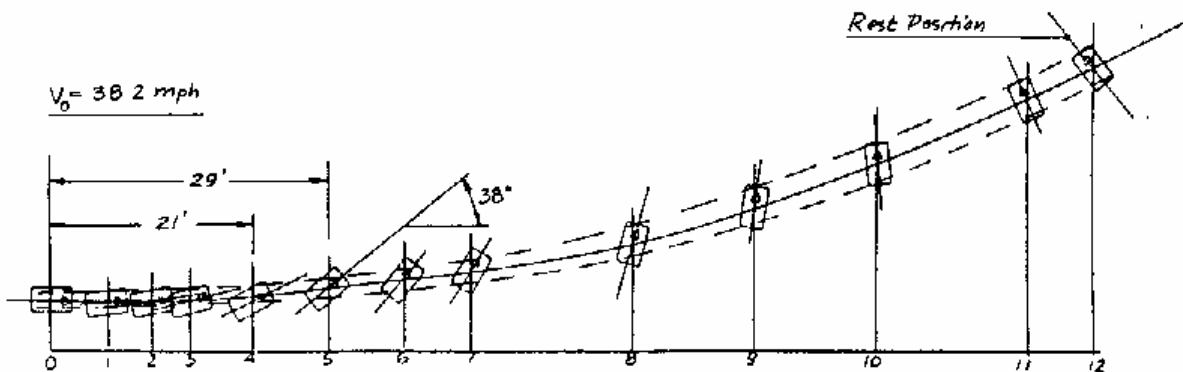


Figure 20-24- Speed from Spin

En la expresión (20-77) S_i es la distancia recorrida en el período i . La sumatoria se extiende desde $i = 0$ hasta n , siendo n el número de sectores en que se divide la trayectoria. El ángulo α_i es el ángulo medio en el tramo considerado en cada caso. Las figuras de la página anterior ilustran sobre el método de cálculo

Este análisis remite a un vehículo que pierde la trayectoria normal, e inicia una trayectoria de derrape; en la mayoría de los casos las ruedas no están bloqueadas, e incluso es probable que durante el primer tramo de la trayectoria irregular continúen traccionando, lo que representa la fuerza Wf_{br} .

Sin embargo la rotación de las ruedas, por el movimiento de derrape está bajo un resbalamiento creciente, lo que ejerce una fuerza de frenado en el sentido contrario al de la marcha de rotación, y que tempranamente en la secuencia termina frenando el giro de la rueda. En ese momento las ruedas están deslizando, bloqueadas, sin rodar^(*), y el movimiento se reduce a un deslizamiento bajo fricción, mas simple.

Si las ruedas estuvieran bloqueadas en todo el movimiento, un modelo simple puede aplicarse, basado en un deslizamiento combinado de rotación y desplazamiento del centro de masa, tal como hemos desarrollado en anteriores trabajos⁽²⁾.

3.- LIMITACIONES DE LOS MODELOS CLASICOS

Los modelos descriptos, reducen el problema hasta un grado tal que desnaturalizan los fenómenos. En todos los casos, la rotación y el momento de inercia son ignorados en todas las consideraciones, con independencia de sus magnitudes relativas; y en aquellos casos donde la rotación tiende a predominar, el error adopta valores no admisibles en las estimaciones. Tal es el caso de los trompos y de los derrapes más severos, en los derrapes seguidos de vuelco, y los movimientos de rototraslación precedidos o que finalizan en choques con importantes rangos de energía en la colisión.

De igual forma, la ignorancia de la velocidad angular (de la aceleración angular asociada) oculta los fenómenos de la *segunda colisión*: los que ocurren en el interior de los vehículos. Llama la atención la diferencia de lesiones, en términos de severidad, para ocupantes del rodado. Y esas diferencias solo pueden explicarse por fuerzas derivadas de la aceleración angular.

Contrario sensu, las lesiones, y sobre todo la diferencia de lesiones en distintos ocupantes del mismo rodado permiten inteligir la existencia de movimientos de rotación acelerados. Y deducir incluso magnitudes relativas y rangos de magnitud absolutas, ligadas a los desplazamientos combinados de rotación y traslación.

Ignorar la producción de movimientos de rotación, conduce a dejar de plantearse la relación entre la rotación y la traslación; es decir la interacción entre uno y otro movimiento, y de que manera se condicionan mutuamente. En última instancia, la trayectoria recorrida por el centro de masa, las

^(*) En muchos casos, en los que la rotación del rodado alcanza 180° (medio giro en el plano horizontal) el auto continúa rodando en marcha hacia atrás; ello implica que las ruedas giran en el sentido contrario, respecto de una terna solidaria al vehículo. Este fenómeno explica de manera intuitiva, que la velocidad de rotación pasó de un módulo positivo a uno negativo, de manera tal que ha habido por lo menos un instante donde la rotación resultó nula, en tanto el desplazamiento del rodado continuó.

huellas dejadas por los neumáticos, son efectos de un único movimiento en el que se cumplen los principios básicos de la mecánica newtoniana expresados de manera genérica para cuerpos sólidos. Los modelos clásicos plantean la falsa opción de analizarlos como desplazamientos de masas puntuales, y ello es apenas una aproximación a un número muy limitado de casos.

Al ignorar el fenómeno complejo, y simplificarlo en una representación burda de masa puntual, el proceso de reconstrucción se torna dependiente de la exactitud y detalle de los rastros en grado extremo. Como se comprueba al abordar cualquier caso de reconstrucción con derrapes y trompos, sin la traza de los neumáticos, no es posible determinar la trayectoria del (centro de masa) del vehículo, ni la secuencia de rotación. Y la reconstrucción demanda la laboriosidad del dibujo prolijo y la medición gráfica, sin el auxilio de ninguna ecuación teórica de control.

El presente trabajo intenta abrir nuevos horizontes en este tema, atendiendo a resolver en un solo modelo genérico la complejidad del movimiento de rototraslación y la independencia de la precisión de los rastros.

Para ello incorpora la posibilidad de recurrir a las computadoras para resolver las ecuaciones con gran número de variables, procesando secuencias largas de procesos de corto plazo. La hipótesis de simplificación es sencilla; en lapsos cortos, con pequeños desplazamientos, la linealidad es una muy buena aproximación. En el límite, la quebrada tiende a la curva continua, Y como puede comprobarse, una *truncación* del proceso global en 10, o a lo sumo 20 fracciones, aporta un margen de error aceptable.

Disponiendo de un conjunto de ecuaciones, capaz de representar la *totalidad* del movimiento de rototraslación, se hace necesario de determinar las condiciones de borde y algunas hipótesis de variación de los parámetros esenciales. Estas últimas son necesarias para definir alguna forma de variación de la velocidad, o bien de la aceleración, en el tiempo en que se desarrolla el proceso. Y la trayectoria descrita por el centro de masas del vehículo y la rotación del mismo, deberán contener al modelo en relación con el hecho *realmente ocurrido*. De esta manera el conocimiento de algunos pocos datos (rastros) hace posible la reconstrucción. La certeza, y la precisión, pasan a depender más de la ciencia, que de la información detallada.

En esta introducción quedan explicitados la necesidad de resolver por separado y combinar en un único modelo: a) las funciones matemáticas que permiten identificar los parámetros cinemáticos y dinámicos del movimiento; b) las funciones matemáticas que permiten definir la trayectoria (posible) entre los puntos extremos de inicio del movimiento descontrolado y reposo final (o inicio de otro proceso de fenomenología diferenciada: colisión, vuelco lateral, etc.); y c) el proceso de todos estos elementos en un único modelo de cálculo, que devuelva como resultados, velocidades iniciales, aceleraciones, tiempo de duración y otros parámetros necesarios para la adecuada y completa reconstrucción de un hecho de tránsito.

4.- DE LA RECTA A LA CURVA - PRESENTACION DEL PROBLEMA

En el movimiento de un sólido rígido en una dirección, las variables a tener en cuenta se limitan a: masa, velocidad de cualquier punto del cuerpo (todos están animados de la misma velocidad), aceleración y fuerzas exteriores.

Todo el movimiento en el tiempo, se desarrolla en un espacio de una dimensión. Introduciendo algunas simplificaciones (constancia de la aceleración en 0 ó en un valor definido como fracción de g , *drag factor*), la variación de velocidad es una función lineal, y el espacio recorrido una función de segundo grado.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -m \mathbf{u} g \\ \Delta \mathbf{V} &= \mathbf{u} g \Delta t \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 - \mathbf{u} g \Delta t \\ \mathbf{X} &= \mathbf{V}_0 \Delta t - \frac{1}{2} \mathbf{u} g (\Delta t)^2 \\ \mathbf{E}_c &= \frac{1}{2} m \mathbf{V}_0^2 - m \mathbf{u} g \mathbf{X} \end{aligned}$$

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado puede definirse con cinco variables, relacionadas por cinco ecuaciones que permiten describir algunas formas sencillas del movimiento

$$\begin{aligned} \Delta(m \mathbf{V}) &= \Delta(\mathbf{F} t) \\ \mathbf{F} &= m \mathbf{A} \\ \Delta \mathbf{V} &= \mathbf{A} \Delta t \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{A} \Delta t \\ \mathbf{X} &= \mathbf{V}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{A} (\Delta t)^2 \\ \mathbf{E}_c &= \frac{1}{2} m \mathbf{V}_0^2 - \mathbf{F} \mathbf{X} \end{aligned}$$

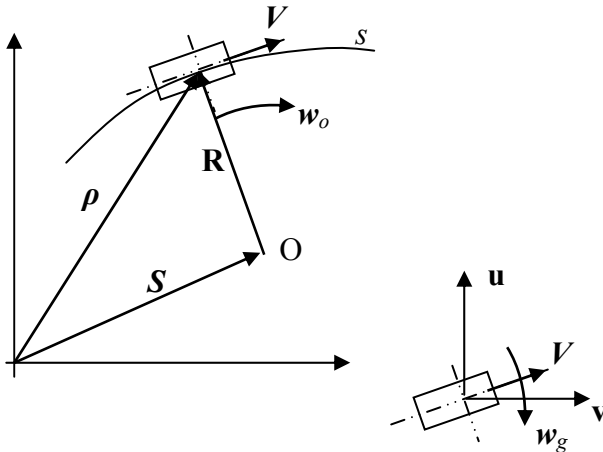
Cuando la trayectoria no es rectilínea, el número de variables es sensiblemente mayor. Examinando los atributos correspondientes se puede obtener el siguiente cuadro comparativo:

<u>Movimiento en una coordenada</u> (<i>rectilíneo</i>)	<u>Movimiento en dos coordenadas</u> (<i>curvo</i>)
desplazamiento (unidireccional)	coordenadas x e y ; ángulos de rotación α y de desviación de la trayectoria ρ
velocidad (unidireccional)	componentes de velocidad V_x y V_y ; velocidad angular ω
Aceleración (unidireccional)	componentes de aceleración A_x y A_y , aceleración angular γ
masa	masa; momento de inercia o radio de giro
Fuerza (unidireccional)	componentes de fuerza F_x y F_y , Momento

Un número de variables mayor implica un crecimiento geométrico de las relaciones entre ellas. Las ecuaciones necesarias para describir el movimiento son muchas más, y el estudio de la variación de los parámetros y variables contenidas, presenta un problema más complejo.

5.- LA TRAYECTORIA CURVA

El estudio del movimiento en una trayectoria curva, de un sólido que está animado de un movimiento de rotación respecto de un eje incluido en su geometría, demanda de las siguientes definiciones



O: centro instantáneo de rotación

R: radio instantáneo de rotación

Vector posición $\rho = S + R$

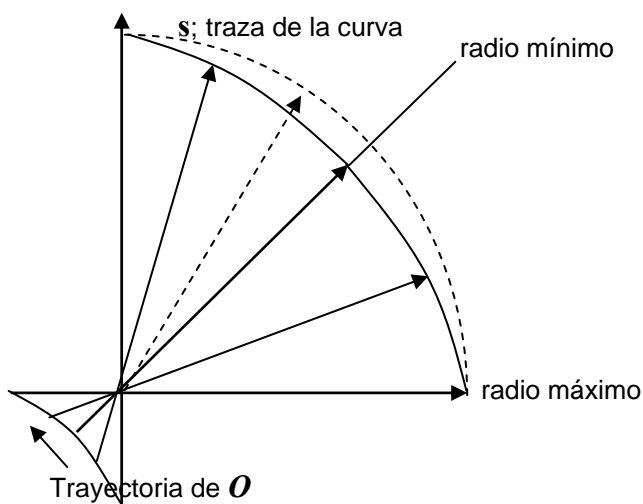
V: Velocidad instantánea

$w_o = V/R$: velocidad angular del centro de masa

w_g : vel angular respecto del centro de masa

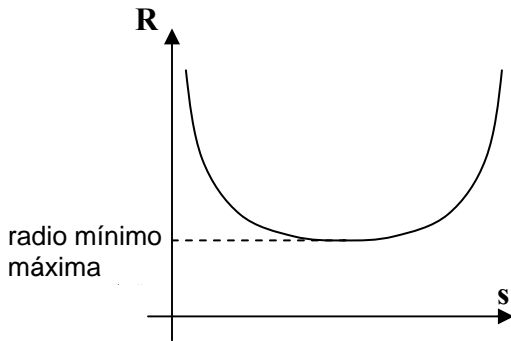
El vehículo tiene características de masa m y una distribución geométrica de esa masa representada por el momento de inercia baricéntrico I_g , cuyo radio de giro es $i^2 = I_g / m$. Se define también un radio de rotación baricéntrico r resultante de la mitad de la diagonal de entre-ejes y trocha, definido en un trabajo anterior⁽²⁾.

El radio de curvatura R y el centro de rotación O , varían a lo largo de la trayectoria (funciones de s) y del tiempo (funciones de t). De una manera general puede definirse la variación $[0 \leq R \leq \infty]$, lo que permite entender el movimiento rectilíneo puro como un extremo del movimiento curvo; $R = \infty$ implica una trayectoria recta.



En el otro extremo, un movimiento con $R = 0$ implica rotación sobre sí mismo (pura), en el que se cumplen las condiciones $[w_g > 0; w_o = 0; \text{ y } V = 0]$. Es decir que el sistema integrado por las definiciones anteriores, contiene todas las posibilidades de movimiento en el plano de dos dimensiones, y permite entender fenómenos de descontrol del vehículo como un proceso continuo, donde el movimiento *controlado* previo *transita* a un movimiento *descontrolado* bajo las mismas leyes generales. El movimiento rectilíneo controlado, el movimiento curvo controlado, el movimiento curvo descontrolado, y el movimiento en el lapso transitorio entre el control y el descontrol, pueden explicarse dentro de un único sistema de representación

Un análisis dinámico elemental permite entender que un vehículo que pasa de una trayectoria recta a una trayectoria curva de radio R constante está expuesto a una aceleración angular infinita. Por esa razón las curvas en las carreteras requieren de una transición de la curvatura desde curvatura ∞ a un valor R , con una variación continua



La variación de la magnitud del radio implica un desplazamiento del centro de rotación O , como se indica en la figura.

La variación de la curvatura puede representarse como una función de la trayectoria s ;

$$R = f(s)$$

Otro enfoque de las variables permite adecuar relaciones límite o determinantes de ciertas condiciones de control (o *estabilidad*) del desplazamiento. En una trayectoria curva, la condición de control, estabilidad o dominio del vehículo se expresa en la igualdad de la velocidad angular baricéntrica y del centro de masa respecto del centro instantáneo de rotación O ; $w_g = w_o$

Cuando se verifica la desigualdad $w_g > w_o$ el movimiento entra en una etapa de descontrol o inestabilidad, con pérdida del dominio de la trayectoria por parte del conductor^(*), conocido como *derrape*; si $w_o \rightarrow 0$ y $w_g > 0$, el derrape tiende al *trompo*.

En el lapso *transitorio* en el que el movimiento pasa de una trayectoria rectilínea ($R = \infty$) a una curva, un brevísimo período de algunas milésimas de segundo en el que por simplicidad se puede desprestigiar la magnitud y trabajo de las fuerzas exteriores al vehículo, el movimiento está descrito por ecuaciones basadas en el principio general de la *conservación del impulso angular*

$$m V R = I_g w_g + m R^2 w_o = \text{cte} \quad [1]$$

donde V es la velocidad lineal del automóvil al inicio del transitorio, w_g y w_o las velocidades angulares baricéntrica y del centro de masa respecto al centro de rotación O respectivamente, y R el radio de rotación inicial de la trayectoria curva.

De igual manera puede plantearse para un largo período de desplazamiento en una trayectoria curva, donde las fuerzas exteriores que se oponen al movimiento son contrarrestadas (compensadas) por fuerzas de tracción generadas por los dispositivos propios del automóvil, puede plantearse

$$I_g w_{g(i)} + m R_{(i)}^2 w_{o(i)} = I_g w_{g(i+1)} + m R_{(i+1)}^2 w_{o(i+1)} = \text{cte} \quad [2]$$

Las ecuaciones [1] y [2] permiten establecer la condición de conservación del control en una curva de radio variable (condición límite ideal o de máxima seguridad), para distintas condiciones: veloci-

^(*) No es parte de este análisis el derrape controlado, o las respuestas de aceleración para recuperar el control de la trayectoria, comúnmente aplicado por los conductores de automóviles deportivos, especialmente en las carreras de rally.

dad angular del centro de masa constante, velocidad del centro de masa constante y velocidad angular respecto del centro de masa constante.

a) a velocidad angular del centro de masa $\omega_o = \text{cte}$

$$I_g \omega_{g1} + m R_1^2 \omega_o = I_g \omega_{g2} + m R_2^2 \omega_o$$

$$I_g (\omega_{g1} - \omega_{g2}) = m \omega_o (R_2^2 - R_1^2)$$

$$i_g^2 \Delta \omega_g = \omega_o \Delta R^2$$

$$\Delta \omega_g = (\Delta R / i_g)^2 \omega_o \quad [3]$$

La variación de velocidad angular baricéntrica en el automóvil (aceleración angular) debe seguir el cuadrado de variación del radio de curvatura. Esto genera una condición de estabilidad poco confortable para los tripulantes

b) a velocidad del centro de masa $V = \omega_o R = \text{cte}$

$$I_g \omega_{g1} + m V R_1 = I_g \omega_{g2} + m V R_2$$

$$i^2 \Delta \omega_g = V \Delta R$$

$$\Delta \omega_g = (V / i_g^2) \Delta R \quad [4]$$

La variación de velocidad angular baricéntrica en el automóvil (aceleración angular) debe seguir linealmente la variación del radio de curvatura. Esta es una condición de estabilidad más confortable que la anterior.

c) a velocidad angular respecto del centro de masa $\omega_g = \text{cte}$

$$I_g \omega_g + m R_1^2 \omega_{o1} = I_g \omega_g + m R_2^2 \omega_{o2}$$

$$R_1^2 \omega_{o1} = R_2^2 \omega_{o2}; \quad V_1 R_1 = V_2 R_2$$

$$V_2 = V_1 (R_2 / R_1) \quad [5]$$

resulta la condición más confortable: aceleración angular nula en el interior del habitáculo y estabilidad en la trayectoria curva. Esta condición requiere de la variación de velocidad lineal en relación inversa a la variación del radio de curvatura; acelerar al ingresar a la curva y desacelerar al pasar el centro de la misma, la zona de máximo radio y mínima curvatura.

Las ecuaciones [3], [4] y [5] son solo algunos ejemplos que muestran como establecer las condiciones que limitan y separan la situación de estabilidad de la de descontrol. Este último resulta el interés central del presente trabajo y al que se dedica el resto del texto: **la alteración súbita de la trayectoria rectilínea.**

6.- EL MOVIMIENTO DESCONTROLADO EN CURVA

El descontrol es la consecuencia de un fenómeno que introduce de manera instantánea una aceleración angular baricéntrica de magnitud tal que supera los límites de tenuta del automóvil.

Estos límites de tenida son fundamentalmente el ángulo máximo de deriva de los neumáticos, y la rigidez de las suspensiones.

Entre las causa que originan una aceleración angular baricéntrica instantánea se encuentra la aplicación de fuerzas desequilibradas por efecto de una frenada violenta a alta velocidad; la pérdida de adherencia diferencial de una rueda tractora debido a un bache, un reventón en el neumático o el ingreso a una charco de agua de determinada profundidad y por encima de un límite de velocidad (hidroplaneo); un choque colineal excéntrico, oblicuo o lateral, que introduce fuerzas cuya resultante se encuentra en una recta que pasa a una distancia d del centro de gravedad.

Cualquiera sea la causa, la velocidad del movimiento rectilíneo V_r debido al cambio inicial de dirección se descompone en una componente en la dirección previa V_x y otra componente de velocidad transversal V_y la que tiene valor inicial creciente si la trayectoria es curvilínea de grado mayor que 1^(*) (circular o elíptica).

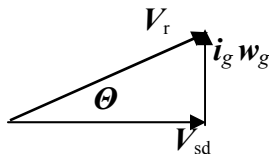
(*) El grado de una función es el exponente máximo de la variable independiente.

La trayectoria curvilínea está definida por una dirección que en cada instante (tiempo) y lugar (coordenadas $x;y$) resulta una recta tangente que forma un ángulo ρ (variable) respecto de la trayectoria x previa al descontrol.

La aplicación del principio de *conservación de la energía cinética* en el transitorio -en un lapso breve, con desplazamientos cortos y fuerzas exteriores despreciables, la pérdida de energía cinética puede considerarse nula-, permite apreciar que la velocidad de traslación del centro de masa en la trayectoria S de derrape ($V_{sd} = V_x + V_y$) resulta menor en módulo al de la velocidad rectilínea previa.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m V_r^2 &= \frac{1}{2} m V_{sd}^2 + \frac{1}{2} I_g \omega_g^2 \\ V_{sd}^2 &= V_x^2 + V_y^2 = V_r^2 - i_g^2 \omega_g^2 \end{aligned} \quad [6]$$

Esta relación puede representarse geométricamente como un triángulo rectángulo, donde V_r es la hipotenusa y V_{sd} e $(i_g \omega_g)$ son los catetos



El elemento distintivo de este fenómeno es el ángulo Θ , o bien su tangente

$$\text{tg } \Theta = i_g \omega_g / V_x$$

El ángulo Θ resulta un indicador de la *severidad con que se inicia el descontrol*, y puede representar su desenlace, como derrape desacelerado, con preeminencia de la velocidad de traslación (V_x y V_y) respecto de la rotación, o bien del trompo, donde el ángulo barrido por el automóvil supera -en términos comparables-, el desplazamiento del centro de masa del mismo.

En cualquiera de los casos, bajo la acción de las componentes de velocidad V_{sd} , V_x y V_y y las fuerzas exteriores que se oponen a la mismas, el centro de masa del vehículo describe una trayectoria curva S en el tiempo T , de longitud S hasta alcanzar el reposo en las coordenadas $[X;Y]$ (el origen de coordenadas se hace coincidir con el inicio de la trayectoria curva, con el eje x en la dirección y sentido de la velocidad V_r).

En el mismo lapso el automóvil describe un ángulo α por efecto de una velocidad de rotación baricéntrica ω_g ($d\alpha = \omega_g dt$). La velocidad de rotación ω_g resulta variable por la acción de una aceleración angular inicial γ_{sd} , y contrarrestada por la acción de un momento resistente M_f cuyo

valor está dado por la expresión⁽²⁾ $M_f = \mu m g r$, siendo $r = \frac{1}{2} [E_e^2 + t^2]^{1/2}$. La desaceleración angular será entonces

$$\gamma_f = M_f / I_g = \mu g r / i_g^2 \quad [7]$$

El ángulo α crece mucho más rápidamente que el ángulo ρ ; es la condición del desequilibrio. En consecuencia, el movimiento de deslizamiento lateral va siendo preponderante sobre el desplazamiento debido a la tracción de las ruedas. El análisis de Limpert⁽¹⁾ y Ance⁽⁴⁾ explica que el factor de desaceleración resulta proporcional al seno del ángulo que forman el eje del automóvil rotando y la trayectoria ($\alpha-\rho$). La desaceleración lineal resulta entonces proporcional a un factor μ_{ap} dado por la expresión:

$$\mu_{ap} = \mu \text{ sen } (\alpha-\rho) \quad [8]$$

Esta consideración, y su resultado en la ecuación [8], reduce el problema a la fricción debida al deslizamiento lateral, desconociendo los fenómenos de la fricción longitudinal en los neumáticos que deslizan de manera oblicua en ángulos que superan el límite de deriva admisible. Y esta es la mayor fuente de error en la estimación de velocidades iniciales de derrape.

En primer lugar, porque existe un factor de fricción en la rodadura libre de los neumáticos, de escaso valor en condiciones normales, pero bajo la acción de la aceleración angular de rotación del centro de masa (fuerzas centrípetas y sobrecarga por reacción de las suspensiones), el valor de fricción se incrementa en las ruedas “exteriores”.

Pero además hay que tener en cuenta el efecto del deslizamiento lateral incipiente en la fricción y desaceleración de las ruedas. La literatura⁽⁵⁾⁽⁶⁾ abunda sobre este tema, cuya representación más habitual es la elipse de fricción. Los trabajos identifican un valor límite del ángulo ($\alpha-\rho$), a partir del cual el deslizamiento bloquea el giro de la rueda, sin acción de frenado. Para Fiala (1954) ese ángulo es 10,5° (0,182 radianes), en tanto Brach⁽⁵⁾, tomado como referencia el modelo de *Nicolas - Comstock Modificado* (MNC) lo estima en 18,5° (0,323 rad).

Los mismos modelos indican que el valor de fricción total crece en función del ángulo ($\alpha-\rho$) de 0 a μ en forma continua, como una función derivada del resbalamiento. Analizando valores puntuales puede representarse esa variación de la forma

$$\mu_{(\alpha-\rho)} = 7,312 (\alpha-\rho)^{1,76} \mu ; 0 < (\alpha-\rho) < 0,323 \text{ rad} \quad [9]$$

$$\mu_{(\alpha-\rho)} = \mu ; (\alpha-\rho) > 0,323 \text{ rad} \quad [10]$$

En resumen, se puede apreciar que el movimiento de traslación se vuelve crecientemente desacelerado en tanto crece el factor de desaceleración. Cuando el ángulo ($\alpha-\rho$) se aproxima a los 18,5°, el movimiento de traslación es de deslizamiento puro, pues las ruedas han dejado de girar. Adicionalmente puede aventurarse que de continuar la rotación, al alcanzar los 180° es factible la continuidad del desplazamiento rectilíneo, con recuperación de la rotación de las ruedas girando “hacia atrás”

7.- ESTIMACIONES EN EL MOVIMIENTO DE DERRAPE DESCONTROLADO

Las ecuaciones [6], [7], [9] y [10] y las consideraciones en que se basan tienen aplicación en distintos tipos de movimiento descontrolado en el plano de dos dimensiones. El más frecuente y que mayor interés despierta en la reconstrucción de hechos de tránsito es el *derrape descontrolado*.

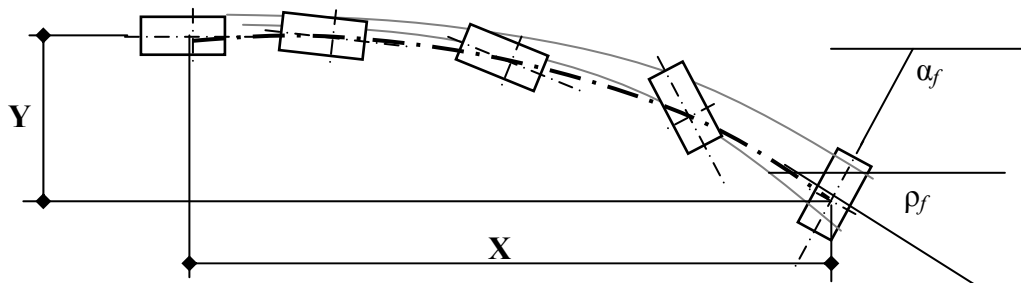
Este estudio incluye algunas condiciones de borde particulares, cuya determinación son esenciales para configurar el modelo específico.

La primera condición es establecer las velocidades finales de desplazamiento del centro de masa y de rotación. El movimiento de derrape puede finalizar con una posición de reposo, donde se miden la magnitud de las coordenadas \mathbf{X} , \mathbf{Y} y las variables, α_f y ρ_f , donde el subíndice f indica *valor final*. En este caso las velocidades finales son nulas; $V_{sdf} = 0$ y $w_{gf} = 0$.

Es factible, aunque es baja la frecuencia de casos, que la rotación finalice antes de alcanzarse el reposo, lo que incluiría una etapa final de deslizamiento lateral puro. En este caso el derrape se extiende hasta las coordenadas \mathbf{X} , \mathbf{Y} y las variables, α_f y ρ_f , donde $w_{gf} = 0$ y $V_{sdf} > 0$; este último valor deberá determinarse en función del movimiento posterior al derrape.

Más frecuentemente el derrape culmina en una colisión con o sin vuelco. Ello ocurre cuando en la trayectoria se interpone un elemento rígido u otro móvil. Si el elemento contra el que colisiona el rodado es un resalte en el piso (cordón o *sardinel*), un cambio abrupto de pendiente (positiva) o de cambio de condición de contacto (destalonado de la cubierta de la llanta, o reventón del neumático), el movimiento se continúa con un vuelco lateral (bidimensional en el plano y-z) o tridimensional. En este caso los límites del derrape se establecen con $w_{gf} = w_v$ y $V_{sdf} = V_{col}$, donde w_v y V_{col} corresponden a los valores determinados como inicio del vuelco o de la colisión.

En todos los casos, cuatro características deben determinarse de los rastros del derrape: las coordenadas \mathbf{X} , \mathbf{Y} y los máximos valores de α_f y ρ_f . Un quinto valor, la longitud (desarrollo) S de la trayectoria curva, de ser determinado, podrá ser utilizado como parámetro de control en la resolución del modelo. Todos estos parámetros son relativamente fáciles de determinar en el lugar, o bien pueden estimarse por indicios indirectos, y procesarlos en distintas alternativas del modelo, verificando la sensibilidad de las indeterminaciones de los rastros, en los resultados buscados.



La segunda condición de borde es la variación en el tiempo de la velocidad angular baricéntrica $w_{g(t)}$. Para ello es necesario establecer una hipótesis, de la que se deducirá la posición angular del móvil. Tres tipos de funciones, desde el punto de vista de una modelación matemática viable, resumen la variación posible:

	<u>Velocidad angular baricéntrica</u>	<u>Variación del ángulo de rotación</u>
<i>Constante</i>	$\omega_{g(t)} = \underline{\omega}_g = \text{cte};$	$\alpha_{(t)} = \underline{\omega}_g dt.$
<i>Senoidal</i>	$\omega_{g(t)} = (\alpha_f T/2 \pi) \text{sen}(\pi t/T)$	$\alpha_{(t)} = (\alpha_f / 2) [1 - \cos(\pi t/T)]$
<i>Lineal</i>	$\omega_{g(t)} = \underline{\omega}_g - \gamma_f dt = \underline{\omega}_g - (\mu g r / i_g^2) dt$	$\alpha_{(t)} = \underline{\omega}_g t - (\mu g r / i_g^2) t dt$

La tercera condición de borde, necesaria de determinar, es la ley de la trayectoria del centro de masa, entre las coordenadas $[0;0]$ y $[\mathbf{X};\mathbf{Y}]$. Existen varias maneras de determinar una trayectoria curva que cumpla la condición de pasar por los puntos extremos, y que su derivada en esos puntos coincida con la pendiente de la recta tangente a la trayectoria en ambos (0 y ρ_f , respectivamente). El Anexo I detalla algunas curvas características, y métodos sencillos para determinar las constantes a partir de los rastros relevados. La curva determinada deberá cumplir la condición de que su longitud sea igual al valor de S, medido en el lugar del siniestro.

Las ecuaciones del capítulo 6 establecen relaciones cinemáticas y dinámicas generales del movimiento combinado de rotación y traslación en trayectorias curvas en el plano (x,y), para el caso particular del derrape. A estas ecuaciones particulares deben agregarse las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, cuando pueda ser aplicado.

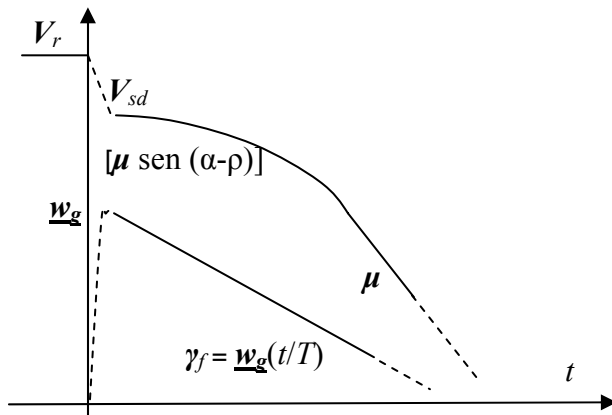
El presente capítulo explicita las funciones matemáticas con las que se puede identificar la trayectoria curva del centro de masas. En el siguiente capítulo se hace una explicación breve de una aplicación de estos principios.

8.- ELABORACION DE UN MODELO DE DERRAPE

Con los recursos deducidos se aborda el análisis de dos casos de derrape descontrolado, realizados bajo condiciones homologables al laboratorio. Se trata de las experiencias realizadas por el el sargento *Thomas Shelton* de la Patrulla de Autopistas de California⁽³⁾. En ambos casos, vehículos tripulados fueron lanzados a velocidades conocidas, a un derrape inducido por dos volantazos opuestos y sucesivos, permitiendo un desplazamiento libre hasta el punto de reposo, sin accionar ni el acelerador ni el freno. En ambos casos, Shelton midió el coeficiente de fricción produciendo una frenada con ruedas bloqueadas, inmediatamente después del derrape, a fin de minimizar las diferencias de temperatura y presión de inflado. En uno de los ensayos, el vehículo fue equipado con un acelerómetro triaxial, registrándose las aceleraciones longitudinal y lateral.

El modelo aplicado para deducir y reconstruir el movimiento parte de la hipótesis de que los movimientos de rotación y traslación se iniciaron de manera instantánea cuando se alcanzaron las velocidades V_{sd} y $\underline{\omega}_{ga}$ y se han detenido en el mismo instante T desde que se inició el derrape. Los valores finales de de los ángulos α_f y ρ_f , y la longitud S de la trayectoria S del centro de masa son conocidos. Y por último, todas las variables se pueden representar como funciones continuas y derivables en el intervalo de T.

El modelo recurre a una variación uniformemente desacelerada de la rotación ($\omega_{g(t)} = \underline{\omega}_g - \gamma_f dt$), y una variación lineal de la tangente de la trayectoria con la expresión $\rho_t = \rho_f (t/T)$. Esta suposición está induciendo una curva s de segundo grado.



La función lineal $w_{g(t)}$ puede expresarse, según el gráfico como

$$w_{g(t)} = \underline{w}_g - (\underline{w}_g / T) t = \underline{w}_g (1 - t/T)$$

El ángulo barrido en el tiempo T será

$$\alpha_f = \frac{1}{2} \underline{w}_g T; \text{ de donde } \underline{w}_g = 2 \alpha_f / T$$

y como función del tiempo, el ángulo será

$$\alpha_t = \alpha_f (t/T)^2$$

De esta manera, despreciando el desplazamiento y el ángulo recorridos en el período transitorio, el ángulo de rotación resulta una función cuadrática de la relación $\alpha_f (t/T)$, en tanto la tangente de la trayectoria es una función lineal de ese factor. En consecuencia el ángulo variable que define la desaceleración resulta

$$(\alpha - \rho) = [\alpha_f (t/T)^2 - \rho_f (t/T)]$$

Aún sin conocer el valor real del tiempo que dura el movimiento descontrolado (T), es posible conocer el valor del coeficiente de desaceleración en un *tiempo normalizado* (t/T), que inevitablemente varía entre 0 y 1. Dividiendo (*truncando*) el intervalo en i partes de igual duración, se podrá analizar cada tramo como un elemento simple del movimiento, y a su vez, enlazar parámetros en los extremos del tramo con sus vecinos. Partiendo de un extremo conocido del problema, es posible reconstruir una representación modelada del hecho a una determinada escala. Luego queda establecer esa escala, y repetir la reconstrucción con esos parámetros. Veamos el proceso rápidamente.

Entre el instante t_i y t_{i+1} , si el intervalo es suficientemente pequeño, puede admitirse con un error controlado, una trayectoria rectilínea en la dirección ρ_i con el móvil deslizándose en un ángulo medio entre α_i y α_{i+1} , y por lo tanto puede determinarse un valor medio de desaceleración con la ecuación

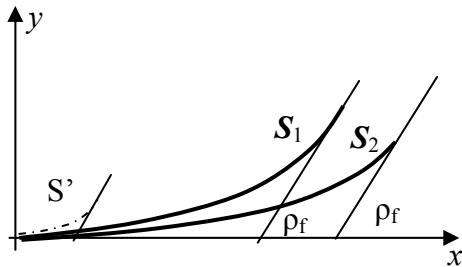
$$\mu_i = \mu_l \text{ sen } (\alpha_i - \rho_i) + \mu_r \text{ cos } (\alpha_i - \rho_i)$$

donde μ_l es el valor de fricción de deslizamiento lateral, y μ_r el que corresponde al resbalamiento (ver ecuaciones [9] y [10]), teniendo el cuidado de limitar el valor de al máximo valor de la elipse de fricción para el ángulo $(\alpha_i - \rho_i)$; $\mu_i \leq \mu_{el(\alpha_i - \rho_i)}$.

El desplazamiento entre t_i y t_{i+1} puede asimilarse a un movimiento uniformemente desacelerado con $\mu_i g = \text{cte}$. Visto en el sentido cronológico inverso, desde t_{i+1} a t_i puede plantearse lo siguiente

$$V_i = V_{i+1} + \mu_i g (t_{i+1} - t_i) = V_{i+1} + \mu_i g \Delta t_i; \quad d_i = V_{i+1} \Delta t_i + \frac{1}{2} \mu_i g \Delta t_i^2;$$

Partiendo del punto final ($i = n$) donde sabemos que $V_i = 0$; $\alpha_i = \alpha_f$; $\rho_i = \rho_f$, se puede establecer una longitud de referencia $S' = \sum d_i$ válido para $T' = 1$ segundo. La relación entre la longitud real S de la curva descrita en el hecho investigado y la determinada en el modelo reducido S' debe ser el cuadrado del cociente $[T/1 \text{ s}]$, admitiendo cierto grado de aproximación debida a las simplificaciones empleadas. De manera tal que el tiempo de duración del movimiento descontrolado, hasta alcanzar el reposo, será $T = \sqrt{(S/S')}$



La figura muestra la curva S' reconstruida para un tiempo $T' = 1$ segundo, y las curvas S_1 y S_2 , dos de las infinitas curvas que cumplen la condición de tener una longitud igual a la relevada, y los ángulos finales medidos. Ambas difieren en las coordenadas finales $[X; Y]$.

El proceso requiere de un ajuste que debe mantener la racionalidad que fundamentó el proceso hasta aquí.

El análisis necesario para realizar el ajuste debe considerar que las distancias recorridas, son función de los valores de μ_i , y en la primera etapa, donde el ángulo $(\alpha_i - \rho_i)$ es pequeño, resulta preponderante el componente de rodadura μ_r de la desaceleración. Un valor excesivo de X , indicará que la estimación de μ_r ha sido subestimada. A su vez un valor de Y menor del referido, estará indicando posiblemente un exceso en la ponderación del coeficiente de fricción μ_i ; ya que el desplazamiento lateral se incrementa en la parte final del movimiento, con valores de ρ_i altos y componentes de V_y preponderantes. Un ajuste de parámetros que llevara de la curva S_2 a la curva S_1 deberá disminuir el valor de μ_r y aumentar el de μ_i .

Uno de los valores determinados por este procedimiento es la velocidad inicial de traslación de derrape $V_{sd} = V_{i=0}$; como lo establece la ecuación [6], el valor de la velocidad al inicio de la maniobra debe ser corregida con la expresión:

$$V_r^2 = V_{sd}^2 + i_g^2 \omega_g^2$$

El valor de velocidad angular inicial, coincidente con el valor máximo de acuerdo a las hipótesis planteadas, será $\omega_g = 2 \alpha_f / T$

El cálculo es interactivo, como lo son todos los modelos indeterminados, donde el número de ecuaciones es inferior al de incógnitas. Realizarlo en forma manual (calculadora, lápiz y papel) demanda un esfuerzo extremo, pero cualquier planilla de cálculo comercial, armada con la secuencia de cálculo y parametrizada en μ_r y μ_i , permite resolverlo en unos pocos minutos, incluyendo la aproximación de valores necesarios. Con una planilla comercial muy difundida se ha realizado la emulación con los dos experimentos del sargento Shelton.

En el primer ensayo, un automóvil Chevrolet Caprice 1989 recorrió una trayectoria curva de 216,83 pies (49,69 metros) con un giro total $\alpha_f = 194^\circ$, y una desviación máxima de la trayectoria $\rho_i = 87^\circ$. El coeficiente de fricción medido con acelerómetro después del derrape es 0,73. La velocidad medida al inicio de la maniobra fue 52 mph (83,2 km/h – 23,1 m/s).

En el segundo ensayo, un automóvil Ford Mustang 1988 recorrió una trayectoria de 139,85 pies (28,73 metros), con un giro total $\alpha_f = 137^\circ$, y una desviación máxima de la trayectoria $\rho_i = 89^\circ$. El coeficiente de fricción medido después del derrape es 0,69. La velocidad medida al inicio de la maniobra fue 42 mph (67,2 km/h – 18,2 m/s).

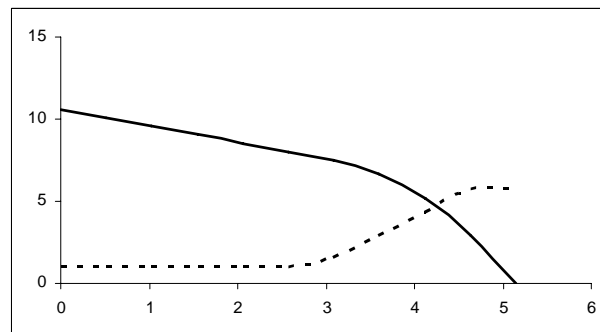
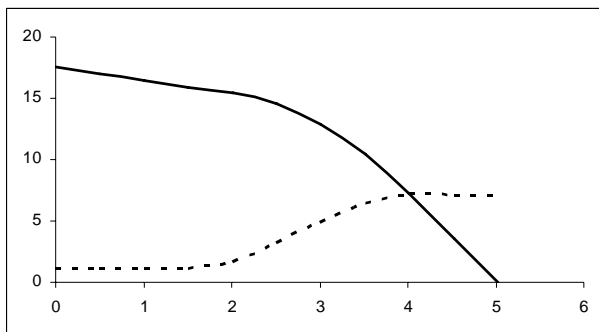
La reconstrucción realizada con el modelo mencionado, con ajuste limitado al coeficiente de desaceleración de rodadura, arroja los resultados siguientes (comparación entre valores medidos y calculados); las curvas muestran la variación de velocidad de traslación y desaceleración, ambas en función del tiempo, calculada por el modelo para ambos casos

TEST DE SHELTON Nº 1				
Valores				
	Medido	Calc.	delta	error

X [m]	49,69	49,90	0,21	0,4%
Y [m]	32,06	28,17	3,89	12,1%
Vo [m/s]	23,1	23,2	0,08	0,3%
C [m]	59,14	57,31	1,83	3,1%
ang C [°]	32,8	29,4	3,39	10,3%
T [s]	5,1	5,02	0,10	1,9%

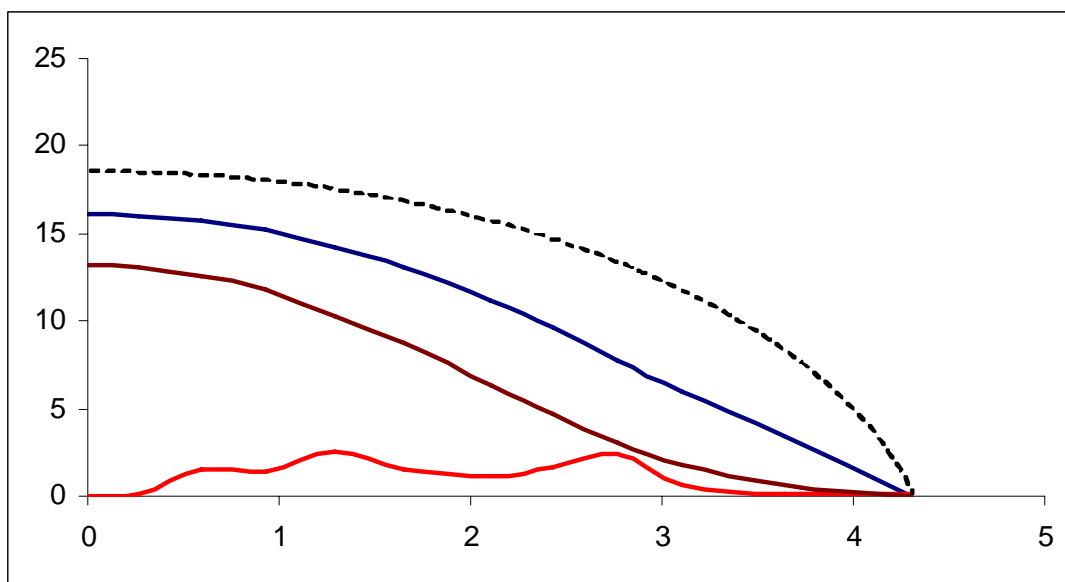
TEST DE SHELTON Nº 2				
Valores				
	Medido	Calc.	delta	error

X [m]	28,73	29,70	0,97	3,4%
Y [m]	24,02	23,05	0,97	4,0%
Vo [m/s]	18,7	17,2	1,50	8,0%
C [m]	37,45	37,60	0,15	0,4%
ang C [°]	39,9	37,8	2,08	5,2%
T [s]	4,3	5,15	0,84	19,5%



La observación de los resultados obtenidos, comparados a los medidos o calculados directamente de valores de ensayo, permiten ver que se puede obtener una aproximación más que razonable, empleando los criterios desarrollados en las páginas anteriores. Y aún así la exactitud es imposible, y ello puede ser atribuido a la existencia de fenómenos secundarios, como el cambio de rigidez en los neumáticos de acuerdo a la orientación, la influencia del trabajo mecánico de las suspensiones, la inercia de elementos móviles dentro de los rodados que modifican su inercia, etc., fenómenos descartados o simplificados en las hipótesis.

La siguiente gráfica es una emulación del segundo ensayo de Shelton, con base en el tiempo. En él la línea azul es la variación de velocidad de desplazamiento del centro de masa, la línea roja una representación posible de la velocidad angular baricéntrica, la línea de color castaño la energía cinética que resulta de ambas en J/kg, y la línea punteada una posible variación de velocidad para una hipotética masa puntual.



Como puede observarse la hipótesis de variación de velocidad angular se aproxima más a las alternativas de velocidad constante o variación senoidal, no consideradas en el modelo, con velocidad angular inicial nula, lo que debería reflejarse en una nula pérdida de energía cinética en el transitorio, debido al giro del automóvil. Pese a ello, el registro de ensayo no permite obtener una igualdad entre velocidades V_r y V_{sd} inicial. Es evidente que el problema tiene mayor complejidad.

Sin embargo el modelo revela algunas claves para mejorar el entendimiento del movimiento curvo y el caso particular del derrape. Quizá el más importante, es apreciar la severidad diferencial del movimiento. Si se observan las curvas de velocidades en función del tiempo modeladas, se verá que hay una primera fase de baja desaceleración (y baja rotación) que resulta más prolongada en el segundo caso. A su vez se aprecia una fase final de desaceleración constante (deslizamiento puro), más breve en el segundo caso, respecto del primero.

Esta consideración permite deducir que la mayor velocidad inicial (un 25 % mayor en el primer ensayo que en el segundo) incide en un proceso más violento de descontrol, y se refleja en mayor rotación y desvío de la trayectoria. También puede suponerse que los procesos de descontrol más severos, son más accesibles de modelar con las hipótesis esbozadas, y presentan menos errores en los resultados.

9.- CONCLUSIONES

El movimiento en el plano de dos dimensiones puede ser analizado, y los rastros pueden alimentar una reconstrucción razonable en términos de certeza y precisión, con los recursos al alcance de un investigador forense especializado.

La colecta de rastros incompleta, parcial, incluso imprecisa, no es obstáculo para la aplicación de modelos específicos, basados en la composición de los distintos movimientos y la interacción entre ellos.

Los modelos clásicos como la determinación de la velocidad crítica y el coeficiente aparente de fricción en derrape, contienen incertezas en su propia génesis. Además están fuertemente condicionados por la extrema calidad en el levantamiento de los rastros. Por último, los parámetros estimados –especialmente el coeficiente de fricción-, no pueden ser verificados, generando una fuerte condición favorable a la manipulación de los resultados

A diferencia de los modelos clásicos, la reconstrucción basada en el análisis físico del movimiento, su cinemática y su dinámica, dependen de algunos rastros fácilmente medibles e incluso estimables, sin exigencias especiales de precisión en el levantamiento. Y la asignación de parámetros está condicionada por la necesaria convergencia de los resultados geométricos, como se ha visto.

En ningún caso es posible obtener resultados exactos. Tanto en los modelos clásicos enunciados como en el desarrollo de las funciones físico matemáticas de los movimientos combinados de rotación y traslación, se hace imprescindible realizar simplificaciones y desestimar algunos fenómenos secundarios. La simplicidad se paga con imprecisión, y esto es necesario aceptarlo.

La profusión de variables de análisis aparece en principio como un obstáculo. Sin embargo, tan pronto como se comienza a operar con ellas, se aprecia que la abundancia permite realizar simulaciones que en su complejidad ofrecen nuevas sendas para abordar problemas. Como si en la diversidad abrevara la multiplicidad de herramientas y soluciones.

Muchos son los temas abiertos que deberán abordarse para tener un control absolutamente confiable del problema del movimiento de dos dimensiones. Quizá el principal sea encontrar procedimientos para reconstruir la trayectoria curva con unos pocos datos de contexto. Los métodos sugeridos en los anexos apuntan en esa dirección, pero no pueden ser considerados una verdad consolidada; apenas si son mojones en el camino del análisis forense.

Buenos Aires, Junio - Octubre de 2008.-----

BIBLIOGRAFIA

- ⁽¹⁾ *Rudolf Limpert* - **MOTOR VEHICLE ACCIDENTS RECONSTRUCTION AND CAUSE ANALYSIS**, *Example 21-3*, pag. 362-367
- ⁽²⁾ Anibal O. GARCIA - **APLICACIÓN DEL MOMENTO RESISTENTE AL CÁLCULO DE ENERGÍA CINÉTICA EN LAS ESTIMACIONES DE VELOCIDAD** (www.perarg.com.ar)
- ⁽³⁾ *Thomas Shelton and Victor Craig* – **TRASLATIONAL DECELERATION FROM VEHICLE SIDESLIP**, en *ACCIDENT RECONSTRUCTION JOURNAL*, *Ene-Feb 1995*
- ⁽⁴⁾ *Luis M Ance* – **CÁLCULO DE VELOCIDAD EN BASE A HUELLAS DE DERRAPE** (www.perarg.com.ar)
- ⁽⁵⁾ *Raymond M. Brach & R. Mathew Brach* – **VEHICLE ANALYSIS AND RECONSTRUCTION METHODS** – *SAE Internacional, Warrendale 2005*. También en **MODELING COMBINED BRAKING AND STEERING FORCES**. SAE Paper 2000-01-0357
- ⁽⁶⁾ *E. Bakker, L. Nyborg & H. B.Pacejka* **TYRE MODELING FOR USE IN VEHICLE DYNAMIC STUDIES**. Paper SAE 870421
- ⁽⁷⁾ *Mark Semon* - **DETERMINATION OF SPEED FROM YAW MARKS** en *Thomas L BOHAN, Arthur C. DAMASK* editores – *FORENSIC ACCIDENT INVESTIGATION: Motor Vehicles* - LEXIS Law Publishers, Virginia 1995-2004- capítulo 4.