

# LA VELOCIDAD DE PROYECCIÓN Y LA VELOCIDAD DE IMPACTO EN EL ATROPELLAMIENTO DE UN CICLISTA CON UN VEHÍCULO FRONTAL

Ing Anibal Oscar García  
[agarcia@perarg.com.ar](mailto:agarcia@perarg.com.ar)

## 1.- RESUMEN

El presente trabajo analiza en el plano teórico la relación entre la velocidad de proyección y la velocidad de impacto de un vehículo frontal, cuando embiste lateralmente a un ciclista, tomando como variables únicamente la distancia desde el punto de impacto al punto de reposo del cuerpo embestido, y la estimación del valor medio del coeficiente de fricción de las ropas del ciclista contra el piso.

El análisis tiende a establecer una solución precisa para un caso específico, de un problema resuelto en términos de generalidad y para un amplio espectro de casos, con amplia incertidumbre. Nos referimos a las ecuaciones de *Searle*<sup>(1)</sup> que como el título del trabajo de presentación lo dice, resulta aplicable a ciclistas, y las conclusiones que confirman las mismas en el caso más amplio del atropellamiento de peatones.<sup>(2)</sup>

## 2.- ¿QUE DICE SEARLE?

La deducción de las ecuaciones de la velocidad de proyección con que parte una partícula resulta doblemente indeterminada: no se conoce el ángulo que forma el vector velocidad inicial con la horizontal ( $\theta$ ), y no se conoce la dinámica del movimiento una vez que el cuerpo toca el suelo. Las ecuaciones de *Searle* resuelven el problema prescindiendo del detalle de ambos factores, con la determinación de un ámbito limitado por las velocidades mínima y máxima posibles. Éstas dependen del coeficiente  $u$  y de la distancia  $S$  de la siguiente manera

$$V_{\min} = [(2 u g S) / (1 + u^2)]^{1/2} \quad (1) \quad V_{\max} = (2 u g S)^{1/2} \quad (2).$$

Puede sistematizarse este par de ecuaciones a la forma única siguiente:

$$V = [(1 + k^2)]^{-1/2} * (2 u g S)^{1/2} \quad (3), \quad \text{donde } 0 < k < u$$

La máxima velocidad ( $k = 0$ ) significa físicamente que el ángulo  $\theta = 0$ , y que el desplazamiento post-impacto es todo por deslizamiento; la fórmula es entonces la tradicional. La velocidad más probable tiende a un valor minorado en una fracción  $[(1 + k^2)]^{-1/2}$ , que resulta siempre inferior a la unidad. Es decir que puede interpretarse que a medida que se incrementa el ángulo  $\theta$ , crece la fracción de la longitud recorrida sin contacto con el piso ( $u = 0$ , no se considera rozamiento en el aire), y disminuye el valor del módulo del vector velocidad inicial de proyección, necesario para recorrer la distancia  $S$ .

*Searle* establece una relación entre  $u$  y el ángulo crítico  $\theta_{cr}$ , tal que para un determinado valor del coeficiente de fricción existe un ángulo máximo que hace máximo el valor del módulo de velocidad de proyección, para un valor de proyección  $S$  dado. Sin embargo ese ángulo puede alcanzar valores de hasta  $60^\circ$  para los coeficientes de fricción probables en los casos de peatón sobre pavimento. Para ángulos de tal magnitud, no resulta obvia la relación del módulo de velocidad de proyección (en la dirección de  $\theta$ ), con la velocidad del móvil embistente normalmente de dirección horizontal (paralelo al piso).

Existen dos cuestiones conceptuales a tener en cuenta; la primera es que las ecuaciones de *Searle* se refieren a partículas embestidas que se hallan en el piso (esto se deduce de las ecuaciones primarias desde donde se derivan las ecuaciones antes mencionadas). La segunda es que las ecuaciones se aplican a casos donde móviles que circulan paralelos al piso (velocidad en dirección horizontal), producen en los cuerpos embestidos desplazamientos con componente de velocidad en la dirección vertical. Esto sólo es admisible

si el cuerpo embestido es un sólido, cuyo centro de masa se encuentre por encima del punto de contacto (combinación de movimientos de rotación y desplazamiento).

¿Cómo se resuelve esta dualidad?. *Searle* lo resuelve asignando “*coeficientes de eficiencia*”, valores menores que la unidad en función del perfil del frente embistente, y que relacionan el módulo de la velocidad de proyección del embestido con el módulo de la velocidad del móvil embistente. Para el caso del peatón adulto y embistente frontal (o de frente alto) el coeficiente de eficiencia es de 0,744, con lo que la ecuación de *Searle* en la forma sistematizada en (3) pero referida ahora a la velocidad del móvil embistente queda entonces expresada como

$$V = [0,744 * (1 + k^2)]^{-1/2} * (2 u g S)^{1/2} \quad (4)$$

### 3.- EL CASO PARTICULAR DE LA PROYECCIÓN LATERAL DE UN CICLISTA

El embestimiento lateral de un ciclista por un rodado de frente alto y principalmente plano vertical (caso de las pick-up's, ómnibus y camiones), presenta algunas singularidades destacables en un análisis preliminar:

- La posición del cuerpo embestido es próxima a la “de sentado” o acucillado, con la masa más concentrada al centro de masa G, que el caso del peatón parado y erecto.
- No hay contacto de los pies con el suelo. El contacto de la bicicleta con el piso, determina que ésta vuelque y tome contacto con el mismo, deslizándose en toda o casi toda la trayectoria. El ciclista normalmente se desprende de la bicicleta, realizando una trayectoria parabólica (“vuelo”), seguida de un desplazamiento contra el piso, por deslizamiento, rodadura, o combinación de ambos.
- En los casos enunciados, la componente vertical de la cantidad de movimiento -reflejada en velocidad de proyección del peatón-, transferida por el móvil a consecuencia del impacto, es inexistente o de muy bajo valor, lo que permite no considerarla, sin introducir un gran error en los resultados derivados.

La trayectoria post impacto del embestido (considerando la masa concentrada en el centro de masa G, y éste a una altura h del piso), resulta en consecuencia de dos tipos de movimiento. Uno de tipo parabólico, con componente vertical gravitatoria de velocidad inicial nula, y componente horizontal constante, (se desprecia el efecto de rozamiento del cuerpo en el aire), y un segundo tramo, de movimiento desacelerado, con valor de  $a = -u g$ .

Que la segunda parte del desplazamiento sea por deslizamiento o rodadura, en general resulta indeterminado, en los casos de atropellamiento de ciclistas a velocidades superiores a 25 km/h (7 m/s). Sin embargo a los efectos cinemáticos, la diferencia se expresará en variación del valor del coeficiente que relaciona la aceleración de frenado con g, lo que permite reducir el problema a una especulación razonable del valor de  $u$  promedio. Por otra parte, en el caso de embestimiento lateral, resultará poco probable que el cuerpo semi-acucillado se elongue y gire de manera de llegar al suelo en posición tal que su eje Z alcance una posición transversal al sentido del desplazamiento. De tal manera resulta poco probable, que la segunda etapa del desplazamiento post impacto se realice rodando.

Sea h la altura respecto del piso del centro de masa del ciclista embestido al momento del impacto; S la distancia total recorrida por el cuerpo desde el punto de impacto al de reposo;  $d_1$  la recorrida en el aire y  $d_2$  la recorrida en contacto con el piso. Puede plantearse entonces:

$$S = d_1 + d_2 ; \quad (6)$$

donde

$$d_1 = V * t_1 ; \quad t_1 = (2h / g)^{1/2} ; \quad d_1 = V * (2h / g)^{1/2} ; \quad d_2 = V^2 / (2ug)$$

Reemplazando y ordenando la ecuación (6), se transforma en una ecuación de 2° grado con una incógnita, cuyos coeficientes son

$$a = 1/(2ug); \quad b = (2h / g)^{1/2} \quad ; \quad y \quad c = - S,$$

y cuya solución racional es,

$$V = u (2g)^{1/2} [(h + S / u)^{1/2} (+) - (h)^{1/2}] \quad (7)$$

El valor de h está normalmente en el orden de 1 metro, con una dispersión +/- 0,2 metros. Esta variación, para distancias de proyección [ $7 < S < 20$ ] y coeficientes de desaceleración [ $0,3 < u < 0,6$ ] da diferencias en la velocidad que en cada caso difieren en menos del 3 %, por lo que podría despreciarse, sin introducir mayor error en los resultados.

Asumiendo la simplificación de considerar nulo el valor de h, e introduciendo un factor de corrección, la expresión (7) podría formalizarse de la siguiente manera

$$V = f(2g S u)^{1/2} \quad (8)$$

con una formalidad semejante a la expresión empleada en el frenado por fricción. La variación cuasi-lineal del factor de corrección en el intervalo [ $7 < S < 20$ ], permite que adoptando la expresión

$$f = 0,7 + (0,6 - u) * 0,27 + 0,006 S \quad (9)$$

se obtengan valores de la velocidad inicial de proyección dada por la ecuación (7) con una aproximación mejor que el 2%.

En conclusión, la fórmula simplificada (8) con el factor de corrección (9) permite estimar el valor de la velocidad de proyección de un ciclista embestido lateralmente por un vehículo del tipo “frontal”, considerando en forma exclusiva la distancia entre el punto de impacto y de reposo, para distancias de proyección superiores a 7 metros (velocidades mayores que 25 km/h), con errores menores del 5 %.

La indeterminación queda confinada al valor del coeficiente  $u$ . Al respecto, la consideración de baja probabilidad de un desplazamiento por rodadura, implica la consideración de los valores de rozamiento más altos de los rangos dados por los estudios y experimentos realizados al respecto, en el orden de 0,5.

La velocidad calculada es velocidad de proyección del ciclista embestido; esto implica que el factor de eficiencia empleado para la estimación de la velocidad del móvil embistente, atento a las condiciones de vínculo -diferentes entre un ciclista y un peatón-, como se ha planteado al inicio de este texto, adquiere un valor de 1. Es decir: la velocidad de impacto resulta igual a velocidad de proyección. Esta consideración había sido adelantada años atrás en las conclusiones finales de un trabajo del *Ing. Luis M. ANCE*.<sup>(3)</sup>

#### 4.- EL SIGNIFICADO DE LAS DIFERENCIAS

Cuando se compara las ecuaciones de *Searle* en la forma de la ecuación (4), con la deducida en este trabajo para el caso particular del ciclista, que en forma completa se expresa

$$V = [0,7 + (0,6 - u) * 0,27 + 0,006 S] * (2 u g S)^{1/2} \quad (10),$$

se observan márgenes de diferencia en los resultados, en términos de velocidad de impacto para el rango de  $7m < S < 25m$ , que oscilan entre el 30 % y el 80 %. Son dispersiones poco aceptables, aún dentro de la flexibilidad con que se tratan los temas en los dictámenes periciales

¿A que se debe la dispersión? ¿Están erradas las ecuaciones de *Searle*? O bien: ¿Contiene nuestro razonamiento un error básico oculto?. En nuestra opinión, la causa esencial de la dispersión se encuentra en la misma naturaleza del fenómeno que analiza *Searle*. Las ecuaciones satisfacen un *espectro amplio de fenómenos* (variación del ángulo de proyección), una serie de *simplificaciones* (partícula, apoyada en el piso) y una serie de *incertidumbres* (forma y dimensiones de embistente y embestido, número de rebotes).

La incertidumbre de este espectro se resuelve en un marco de dispersión de la Velocidad de Proyección del orden de  $[(1 + k^2)]^{-1/2}$ . Este valor es para los parámetros máximos de  $k$  de (0,85 – 1) y (0,95 – 1) para los extremos de  $u$  considerados en los casos de atropellamientos de peatones y ciclistas, precisión más que aceptable. La dispersión se incrementa (y desnaturaliza la precisión anterior) cuando se incorpora el coeficiente de eficiencia respecto de un caso muy determinado.

En efecto, el caso del ciclista embestido por un móvil frontal permite atenuar -sino eliminar-, las incertidumbres del problema de *Searle*. La altura acotada del centro de masa del embestido, un punto de contacto muy próximo a éste, y vínculo débil entre el embestido y el piso, son elementos que permiten considerar que el ángulo de proyección no es precisamente desconocido; es cero o próximo a cero. Que el ángulo inicial sea cero, permite deducir que el número de rebotes es también nulo. Una breve explicación de este segundo aspecto.

La deducción de *Searle* parte de considerar una serie de rebotes, cuya característica cinemática en cada caso es la siguiente. La componente horizontal de la velocidad es  $u = V \cos \Theta$ ; la componente vertical  $v = V \sin \Theta$  y  $e$  el coeficiente de restitución. En el primer contacto con el piso la partícula llega con una velocidad  $(u;v)$  y parte con velocidad  $(u_1;v_1)$  relacionadas entre sí de la siguiente manera

$$v_1 = e * v; \quad u_1 = u - u*(v + v_1) = u - u * v - u * e * v;$$

$$\text{y el ángulo} \quad \gamma = \text{arc tg}(v/u)$$

Para valores de velocidad de proyección  $V = u = 10$  m/s, con  $e = 0,2$  y  $u = 0,3$  el ángulo de contacto inicial es de  $\gamma = 24^\circ$  y el de salida  $\gamma_1 = 0,6^\circ$ ; esto significa que prácticamente *no hay rebote*, y que una vez que el cuerpo toma contacto con el suelo, continúa su desplazamiento deslizando con un coeficiente de fricción  $u$ . A velocidades de impacto mayores, el caso resulta mejor definido aún.

Resulta claro, a esta altura de la exposición, que el coeficiente de eficiencia que menciona *Searle*, está asociado al movimiento de rotación que un móvil imprime al embestido, cuando el punto de contacto está por debajo del centro de masa. Esta rotación es tal, que para un sistema de referencia móvil, solidario con el embestido, la cabeza del peatón va hacia atrás, lo que produce contactos secundarios con el capot y el parabrisas, en tanto los pies se mueven hacia delante; como resultado el centro de masa del embestido se desplaza hacia adelante, siempre en el sistema de referencia considerado, a una velocidad horizontal inferior a la del embestido al momento del impacto.

Este movimiento relativo es poco probable en los embestimientos laterales de ciclistas con vehículos frontales. En la mayoría de los casos observados, no existen rastros de “segunda colisión” de la cabeza con el parabrisas. Este hecho, superpuesto con la hipótesis de *velocidad vertical cero*, confirmaría que la velocidad de proyección del ciclista tiende a igualar la velocidad del móvil embestido, y que el coeficiente de eficiencia para este caso particular tiende a la unidad.

Contribuye a sostener este análisis específico la observación realizada por *Thomas Bratten* <sup>(4)</sup> en 1989. Este autor recopila y sistematiza los resultados derivados de desarrollos teóricos y ensayos de laboratorio con peatones, reportados en trabajos publicados a lo largo de 15 años (*Searle* entre otros). A estos trabajos suma observaciones del autor en el estudio de casos de ciclistas embestidos por vans. *Bratten* concluye que para los “*embestimientos de tumbado*” (*tumble*), en los que el embestido cae hacia delante sin volar, se cumple siempre que

$$V_0^2 = g S$$

Esta última relación equivale a considerar un coeficiente de fricción “aparente” de 0,5, lo que coincide, aunque solo matemáticamente, con el máximo valor considerado en nuestras ecuaciones.

## 5.- CONCLUSIONES

El embestimiento de ciclistas con vehículos altos y/o de frente plano constituye un caso particular de embestimientos peatonales, que ofrece soluciones más precisas, que las aportadas en modelos generales, como es el caso de las ecuaciones de Searle.

La velocidad de proyección calculada con la fórmula exacta (7) o la aproximada (10) para distancias de proyección post impacto del cuerpo embestido entre 7 y 20 metros, depende exclusivamente del coeficiente de fricción considerado. La variación de éste se encuentra acotado en un valor máximo de 0,5 acorde a la recopilación realizada por *Bratten*.

La velocidad de impacto del automotor coincide o al menos es muy próxima a la velocidad de proyección calculada con estas ecuaciones, para este caso singular.

## 6.- RECONOCIMIENTO

El autor desea expresar el agradecimiento al *Ing Ruben A. Debenedetti* ([radebenedetti@hotmail](mailto:radebenedetti@hotmail.com)), por la atenta lectura de los borradores de este apunte, por las agudas observaciones vertidas y las valiosas contribuciones realizadas.

Buenos Aires - Marzo de 2003

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

(1) *John A. Searle, Angela Searle – THE TRAJECTORIES OF PEDESTRIANS, MOTORCYCLES, MOTORCYCLISTS, ETC., FOLLOWING A ROAD ACCIDENT– SAE Paper 831622 – 1983.*

(2) *Jerry Eubanks, PEDESTRIAN COLLISION RECONSTRUCTION. 1994, Lawyers & Judges Publishing Co. ISBN 0-88450-09-7 (275 pags.).*

(3) *Luis M. ANCE- CHOQUE CON PEATONES Y SU TRAYECTORIA POST-IMPACTO. Primeras Jornadas sobre Ejercicio Profesional de los Peritos Ingenieros – Mar del Plata, 1996.*

(4) *Thomas A Bratten - DEVELOPMENT OF A TUMBLE NUMBER FOR USE IN ACCIDENT RECONSTRUCTION - SAE paper 890859 – 1989.*