

La frecuencia propia de vibración en la deformación de un automóvil, la velocidad equivalente de barrera y la energía disipada en la colisión

Resumen

Desde hace más de 50 años, la energía disipada en la colisión se estima a partir de la deformación residual de los vehículos protagonistas de la colisión. Para ello se emplean algoritmos que, en apariencia, son distintos, pero que en general responden a los fundamentos de la teoría desarrollada por *Kenneth Campbell* en la década de 1970.

Los métodos originados en esta teoría, dependen del algoritmo en concreto del modelo que se aplique, el cual incluye en su formulación, los errores y limitaciones de la propia teoría. Y dependen también de los coeficientes de rigidez específicos de los vehículos; un tema que es objeto de permanente polémica entre los investigadores, tanto por la diversidad de los modelos, como por la antigüedad de los vehículos examinados.

Este trabajo propone otro enfoque para estimar la cantidad de energía disipada, calculando la velocidad equivalente de barrera a partir de la deformación media ponderada del vehículo en cuestión.

Para ello introduce el concepto de frecuencia propia de vibración de una estructura, abordando la relación de esa frecuencia con la velocidad equivalente de barrera de un vehículo deformado, a través de la deformación dinámica máxima alcanzada durante la colisión. Propone un método alternativo para estimar la energía disipada en el choque, expresada en el trabajo mecánico necesario para producir la deformación de los vehículos

Según la teoría de las vibraciones y del movimiento oscilatorio, la frecuencia propia de vibración de una estructura, es la raíz cuadrada del cociente entre la rigidez y la masa. Esta es una propiedad de los cuerpos elásticos en general; entre ellos, el resorte ideal, la representación más usual de la respuesta de la estructura de un automóvil en el choque. La deformación entonces, es un fenómeno pulsante.

La interpretación de los ensayos de colisión contra barrera, considera que la evolución de la deformación en el tiempo, hasta alcanzar el valor máximo, aproxima muy bien a una función lineal, de rigidez constante. Por otra parte, al alcanzar la máxima deformación, se alcanza la velocidad del centro de masa de la colisión o velocidad común. Tomando este valor como referencia (que en los ensayos de barrera coincide con la velocidad nula), la variación de velocidad es la velocidad equivalente de barrera; y la energía consumida en ese instante, es la energía disponible en la colisión.

Estos fenómenos fundamentan las conclusiones de este trabajo. La naturaleza de los parámetros se explica en detalle, así como el modo en que se determina su magnitud en cada caso. Los resultados se validan por comparación con los ensayos publicados por NHTSA (*National Highway Traffic Safety Agency*) de los Estados Unidos. De esa manera, se propone un cuerpo íntegro y coherente para proceder a la estimación de la energía disipada en la deformación, y la velocidad equivalente de barrera, asociada a ella.

La velocidad equivalente de barrera (EBS)

El concepto de *velocidad equivalente de barrera* (EBS por su acrónimo en inglés: *equivalent barrier speed*), se debe a *Kenneth Campbell*, y en síntesis puede expresarse de la siguiente manera:

Toda deformación implica una cantidad de energía disipada, igual a la que experimentaría el vehículo si colisionara contra una barrera de masa y rigidez infinitas, a una velocidad EBS.

Técnicamente, en un ensayo de impacto contra barrera, la deformación del vehículo ensayado se corresponde con una cierta cantidad de energía cinética disipada L_d . Esa energía puede ser equiparada a la masa del vehículo y la velocidad de ensayo, afectadas por el factor de restitución; el factor es $(1 - e^2)$, por lo que la expresión matemática de la energía disipada resulta:

$$L_d = \frac{m}{2} \cdot EBS^2 (1 - e^2)$$

En este punto, puede advertirse que al momento en que el automóvil alcanza la máxima deformación dinámica, la velocidad del mismo es nula. Con lo cual se ha consumido toda la *energía disponible*, por lo que es posible escribir:

$$E_d = \frac{m}{2} \cdot EBS^2 = \frac{L_d}{1 - e^2};$$

De allí se puede despejar el valor:

$$EBS = \sqrt{\frac{2E_d}{m}} = \sqrt{\frac{2L_d}{m(1 - e^2)}} \quad [1]$$

Esta relación entre la velocidad equivalente de barrera y la energía disponible (y también con la energía disipada), resulta una definición funcional de la metodología expuesta en este ensayo.

La máxima deformación dinámica y la EBS

La existencia del fenómeno de restitución pone en evidencia que la deformación residual utilizada en los algoritmos de estimación de energía disipada en el choque, es menor que la máxima deformación alcanzada durante el mismo. La modelación dinámica pone de manifiesto que existe un instante durante la colisión en que la velocidad del vehículo se iguala con la velocidad del centro de masa –o *velocidad común*¹–; en ese instante la deformación x_f es máxima.

Denis Wood en el año 1992 analizó resultados de decenas de ensayos, y encontró que es razonable relacionar el valor de la máxima deformación dinámica al largo de la estructura antes de deformarse (la longitud del automóvil l), y la deformación residual media ponderada C^2 . La función propuesta por *Wood* es:

$$x_f = [0,03 l + 1,06 C] \quad [2]$$

En el instante en que la velocidad del automóvil alcanza la velocidad del centro de masa, toda la energía disponible para gastar en deformación se ha consumido. Dado que la energía disponible es la diferencia entre la energía total del sistema al iniciarse el choque y la energía del centro de masa, esa diferencia

¹ En el caso de las colisiones contra barreras fijas a la Tierra, la velocidad del centro de masa es nula.

² La deformación media ponderada es un concepto de *McHenry*, que estandarizó la medición del perfil de deformación en seis valores equidistantes. En el modelo *CRASH3*, los seis valores deben tomarse en el ancho deformado del vehículo analizado. A los fines del modelo que se propone en este ensayo, los seis valores deberán medirse en todo el ancho del vehículo, incluyendo valores nulos en aquellas mediciones correspondientes a zonas no deformadas.

de energía tiene su correlato en el valor de EBS antes definido.

La energía disponible disipada entonces, se habrá transformado en el trabajo de deformación máximo. Asumiendo que la estructura se ha comportado hasta ese instante como un resorte lineal, de rigidez k constante, se podrá escribir matemáticamente la equivalencia entre energía disponible y máximo trabajo como:

$$\frac{m}{2} \cdot EBS^2 = \frac{k}{2} \cdot x_f^2$$

de donde es posible despejar

$$EBS = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x_f \quad [3']$$

Introduciremos un factor nulo en el segundo término: la masa deformada m_d . Conceptualmente representa la fracción de la masa de la estructura que participa de la deformación durante el choque; tanto de la deformación elástica como de la deformación plástica. El cociente introducido es 1, y por lo tanto no altera la igualdad, pero permite, reagrupando, escribir la ecuación [3'] como:

$$EBS = \sqrt{\frac{k}{m_d}} \cdot \sqrt{\frac{m_d}{m}} \cdot x_f \quad [3]$$

Las dos raíces requieren una explicación técnica.

Por un lado, la relación entre la masa deformada y la masa total; esta relación fue analizada por *Wood*, quien propuso la expresión:

$$\frac{m}{m_d} = \frac{l}{x_f} \cdot \ln \frac{l}{l - x_f}$$

Por otro lado, la masa deformada puede ser asociada al resorte de rigidez k constante, y de esa manera puede denominarse a la raíz

del cociente entre la rigidez y la masa (deformada), *frecuencia natural de vibración* o *frecuencia propia* de la estructura, simbolizada con la letra ω .

La frecuencia propia de un resorte es la característica del movimiento oscilatorio o armónico. Como tal, describe el fenómeno pulsante de la colisión en la estructura sujeta a deformación, de la mejor manera conocida. De manera que, reemplazando términos, la ecuación [3] puede reescribirse como:

$$EBS = \frac{\omega x_f}{\sqrt{\frac{l}{x_f} \cdot \ln \frac{l}{l - x_f}}} \quad [4]$$

La Frecuencia Propia de Vibración de los Automóviles

La ecuación [4] permite despejar el valor de la frecuencia propia de deformación, que quedará expresada como:

$$\omega = \frac{EBS}{x_f} \cdot \sqrt{\frac{l}{x_f} \cdot \ln \frac{l}{l - x_f}} \quad [5]$$

Se puede entonces, relacionar el valor de ω desconocido, con parámetros obtenidos en forma directa o indirecta de los ensayos de colisión contra barrera. La velocidad de ensayo EBS y la longitud del vehículo ensayado son datos propios del ensayo; y la deformación dinámica se puede calcular con la ecuación [2]. De manera que el valor de ω está determinado en cada ensayo, de una manera más directa que los coeficientes de rigidez A y B del algoritmo *CRASH3*.

Las figuras 1 a 5 presentan los resultados de cinco modelos de automóviles distintos, correspondientes a fabricantes norteamericanos, europeos y japoneses. Los

valores de referencia fueron obtenidos de los datos de ensayos publicados por NHTSA, en períodos prolongados de fabricación, lo cual incluye cambios en la tecnología en general, y en el diseño de las estructuras de los automóviles en particular.

En todos los casos, el valor de la frecuencia disminuye con el incremento de la deformación específica C/l . Ello puede atribuirse a un incremento de la masa deformada, o bien a una variación de la rigidez promedio, a medida que progresa la deformación. Los ensayos no permiten explicar estos fenómenos secundarios, pero si observar que, en todos los casos, el valor de la frecuencia ω es una función de la deformación específica C/l , que ajusta de manera más que aceptable a una regresión lineal de la forma $[\omega = M - m \cdot (C/l)]$.

En cada figura se indica el fabricante y el modelo genérico analizado, el período de fabricación considerado, la cantidad de ensayos computados, el rango de velocidades de ensayo, y los valores de las constantes M y m de la ecuación.

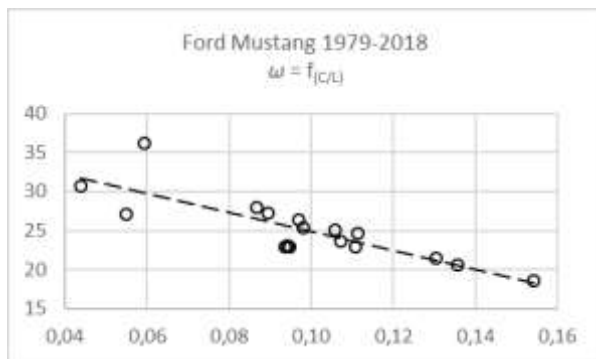


Figura 1 - Ford Mustang 1979 a 2018 (Categoría 4-5).
17 ensayos con EBS equivalente entre 11,0 a 15,7 m/s.
Regresión lineal $M = 36,63$ $m = - 118,75$.

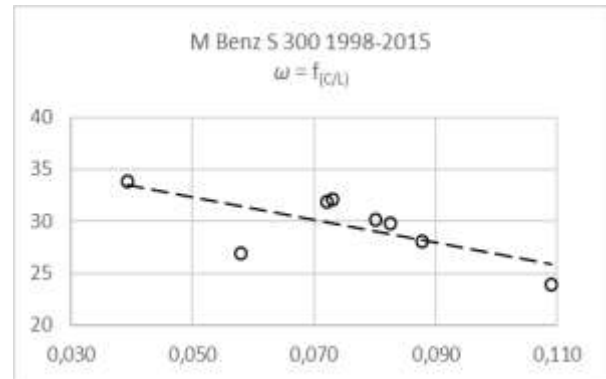


Figura 2 - Mercedes Benz Serie 300 1998 – 2015 (Categoría 4-5).
8 ensayos con EBS equivalente entre 11,1 y 15,7 m/s.
Regresión lineal $M = 38,46$ $m = - 114,29$.

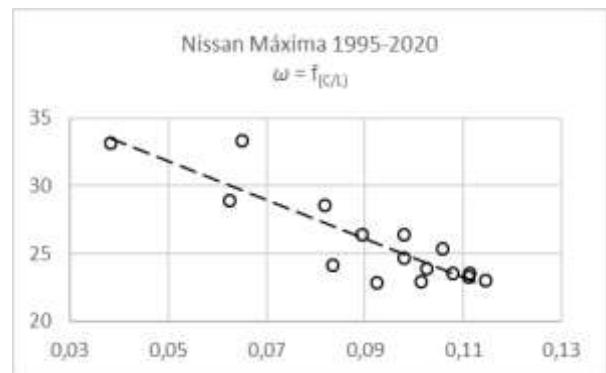


Figura 3 - Nissan Máxima 1995-2020 (Categoría 4-5).
16 ensayos con EBS equivalente entre 11,1 y 15,8 m/s.
Regresión lineal $M = 41,0$ $m = - 163,64$.

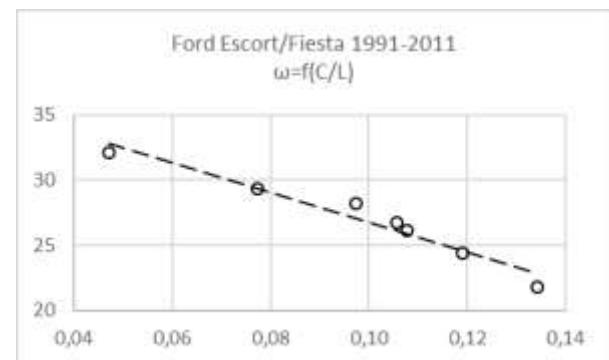


Figura 4 - Ford Escort-Fiesta 1991-2011 (Categoría 2-3).
7 ensayos con EBS equivalente entre 13,1 y 20,9 m/s.
Regresión lineal $M = 38,8$ $m = - 120,0$.

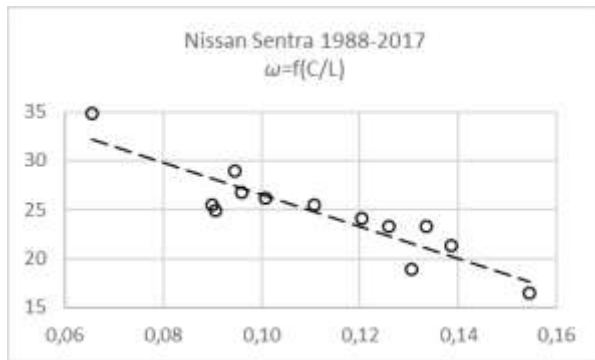


Figura 5 - Nissan Sentra 1988-2017 (Categoría 2-3).
13 ensayos con EBS equivalente entre 14,0 y 18,1 m/s.
Regresión lineal $M = 42,87$ $m = - 163,3$.

El resultado de las distintas compilaciones, promediando valores de los coeficientes, devuelve una ecuación representativa general:

$$\omega = [38,5 - 128,6 \cdot (C/L)] \pm 2 \text{ s}^{-1} \quad [6]$$

una ecuación aproximada, sencilla y práctica, útil para estimar la frecuencia natural de un vehículo en un determinado choque, que produce una determinada deformación media ponderada C .

La ecuación [6] impone dos límites concretos a la aplicación de este modelo; un límite inferior de deformación residual de la estructura nula ($C = 0$), y un límite superior que se corresponde con la deformación relativa $C/L \leq 0,14$.

En el primer caso, con una deformación residual nula, la frecuencia propia aplicable sería $38,5 \text{ s}^{-1}$, en tanto que la máxima deformación dinámica será el 3% de la longitud del vehículo, conforme a la ecuación [2]. Esta deberá ser considerado el máximo valor posible, y se corresponderá con una EBS del orden de los 20 km/h, según la longitud del vehículo en cuestión, muy próxima a una deformación relativa 0,005.

Esta limitación excede el concepto de daños en los paragolpes solamente, sin deformación permanente de la estructura. Por lo tanto,

deberá entenderse que cuando la estructura no ha sido afectada por el choque, no deberá utilizarse este modelo de estimación; o al menos entender que la velocidad calculada es un máximo posible de la velocidad de colisión.

El límite superior de $C/L \leq 0,14$ por su parte, se corresponde con un valor de $\omega = 20,5 \text{ s}^{-1}$. Este es un valor límite encontrado en los ensayos a muy alta velocidad. Y por su parte, la aplicación directa del modelo desarrollado en este paper, redundará en valores de EBS decrecientes, lo cual carece del más mínimo sentido físico. Por lo tanto, para deformaciones relativas mayores al valor límite indicado, se puede utilizar este modelo, pero fijando el valor de ω en un valor mínimo de $20,5 \text{ s}^{-1}$.

Los límites indicados, aplicados en vehículos de entre 3,80 y 5,00 metros de longitud, devuelven valores de EBS en el rango de 20 a 64 km/h. En el rango de longitud se encuentra un muy alto porcentaje del parque automotor; y en el de velocidad equivalente de barrera, casi todas las colisiones de mediana y alta severidad que ocurren en calles y rutas.

La Frecuencia Natural del Choque

La frecuencia propia de vibración es una propiedad característica de cada vehículo, en relación a una colisión contra una barrera rígida. Por su naturaleza, es la relación de la constante de rigidez y la masa de un resorte, que representa la porción de estructura sujeta a deformación³. Esta representación permite resolver el problema de la equivalencia entre

³ Dada la diferencia sustancial entre la rigidez de la estructura del habitáculo, y de la estructura por delante y por detrás de él, el “resorte” es básicamente el par de largueros del casco, delante y detrás del habitáculo.

la frecuencia propia de un vehículo y la de una colisión entre dos vehículos.

Al modelar el choque, en lo que respecta a la dinámica del mismo y la deformación, se acude a la representación de dos resortes en serie, cada uno correspondiente a cada vehículo, con rigidez k_1 y k_2 y masas m_1 y m_2 . Ambos están expuestos a un esfuerzo de compresión, igual al que experimenta un resorte equivalente, cuya rigidez estará dada por la relación:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

de donde resultará la constante de rigidez equivalente del choque:

$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

Reemplazando el valor de la rigidez por el producto del cuadrado de la frecuencia de vibración de cada vehículo por la masa respectiva, la frecuencia de vibración de la colisión resultará:

$$\omega^2 \cdot m_c = \frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2}{\omega_1^2 \cdot m_1 + \omega_2^2 \cdot m_2} \cdot (m_1 \cdot m_2) \quad [7']$$

La masa equivalente m_c es la masa de choque M . Y se explica con un ejemplo sencillo de comprender.

Supóngase dos automóviles iguales, de igual masa y rigidez, que chocan a velocidades iguales y de sentido contrario. La velocidad del centro de masa es nula, y este caso es equiparable al choque de dos automóviles iguales contra una barrera rígida. En consecuencia, será $\omega = \omega_1 = \omega_2$, y se podrá reemplazar en la ecuación general, y operando quedará:

$$m_c = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = M$$

Por lo tanto, se puede generalizar la expresión de la frecuencia propia del choque como:

$$\omega^2 = \frac{(\omega_1^2 \cdot \omega_2^2)(m_1 + m_2)}{\omega_1^2 \cdot m_1 + \omega_2^2 \cdot m_2} = \frac{(\omega_1^2 \cdot \omega_2^2)(1 + m)}{\omega_1^2 + m \cdot \omega_2^2} \quad [7]$$

Validación de los resultados

Para validar prácticamente el modelo de estimación propuesto, se ha recurrido a la base de datos de NHTSA. Esta agencia ha recopilado y publicado datos de 2336 ensayos de choques contra barrera y otros, desde 1975 hasta el año 2021.

Entre los ensayos se encuentran impactos laterales y angulares a 285° contra postes, los que se descartaron a los efectos de esta validación. Como se deduce del planteo teórico de este ensayo, las relaciones encontradas en las ecuaciones [4], [5] y [6], se corresponden con el funcionamiento de los largueros longitudinales, unidos por travesaños, sustentados en un habitáculo cualitativamente más rígido.

Con consideraciones semejantes se descartaron los ensayos contra postes (*rigid pole*). Estas pruebas se realizan exponiendo el centro del frente del vehículo, allí donde la resistencia es mínima y los largueros trabajan casi exclusivamente a la flexión, y mayormente en período elástico.

No se tuvieron en cuenta los ensayos de muy baja velocidad (menor de 5 m/s – 18 km/h). En estos casos la relación C/l es del orden de 0,001, que incide de manera perturbadora en el modelo.

Se excluyeron del análisis para la validación, aquellos automóviles con longitudes inferiores a 3,800 m (SMART, TOYOTA SCION IQ y similares). Esa escasa longitud también distorsiona el concepto de la relación C/l , considerada como central en el modelo desarrollado en este ensayo. Algo similar sucede en los vehículos muy largos ($l > 5,500$ m), como las pick up's modernas de simple y de doble cabina.

También se descartaron los ensayos de los automóviles eléctricos, cuyas estructuras resultan muy diferentes a los automotores de motor de explosión. No se tiene suficiente información acerca de estas estructuras, y los resultados muestran una respuesta elástica muy alejada de los rangos encontrados para el resto de los automotores.

Por carencia de datos del ancho del vehículo, anchos de deformación mayores al ancho del vehículo hasta 6 veces, y otras inconsistencias de ese tipo, se excluyeron aproximadamente un 5% del total de ensayos informados. Asumiendo que en la deformación de un ensayo de ancho completo (*full width*) es factible que se produzca un leve ensanchamiento, se han tomado en cuenta ensayos con anchos deformados hasta el 105% del ancho total.

La base de datos considerada en la validación del modelo desarrollado, incluye vehículos fabricados desde el año 1975. Es razonable que la respuesta estructural en el universo de los automóviles fabricados en los primeros años de la serie, no tuvieran incorporados de manera homogénea los criterios de deformación programada. Criterios que, por otra parte, tuvieron por esos años un proceso de evolución muy intenso.

La falta de homogeneidad se pone de manifiesto en los resultados de las comparaciones cuando se segregan del

universo evaluado, los vehículos fabricados antes de 1990, y se atenúa cuando se consideran solo los vehículos desde 1990 en adelante.

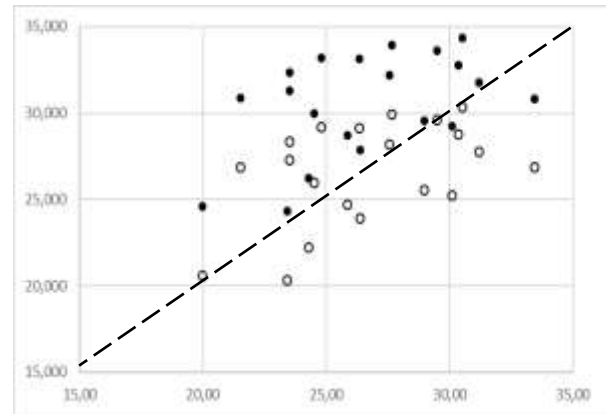


Figura 6 – Frecuencia ω estimada vs ω de ensayo.

La frecuencia propia de la estructura de cada vehículo, estimada a partir de los datos de ensayo, al ser contrastada con la que resulta de la ecuación [6], presenta una importante dispersión. La figura 6 ilustra un universo de 21 ensayos frontales de automóviles fabricados entre 1995 y 2016, con el 100% del ancho. En el eje horizontal se representa la frecuencia estimada a partir de los datos de ensayo con la ecuación [5]; en el eje vertical, los valores calculados con la función lineal [6] $+2 \text{ s}^{-1}$ (puntos negros) y -2 s^{-1} (puntos blancos). La recta de 45° representa la coincidencia perfecta y tomada como referencia, permite apreciar una tendencia a la expresión mínima de la ecuación [6].

Las dispersiones pueden explicarse por el hecho que, en la estimación de la frecuencia ω con los datos de ensayo, se recurre la deformación máxima dinámica x_j , cuyo cálculo introduce su propio error de manera incontrolable.

Por ello, la validación de la teoría expuesta con los resultados de los ensayos de impacto contra barrera, debe hacerse cotejando la *EBS*

calculada con la ecuación [4] con la velocidad de ensayo. Y tomando en cuenta solo a aquellos impactos que abarcan una amplia proporción del ancho total del vehículo. Esta restricción requiere de una explicación.

El presente desarrollo, y las ecuaciones [4] y [5], consideran al vehículo como una unidad estructural, trabajando elásticamente hasta disipar toda la energía disponible, al alcanzar la deformación máxima dinámica x_f .

Tabla I
Confiabilidad en automóviles, vans, SUV's y pick up's livianas

		<i>EBS_{calc}</i> vs Vel. de Ensayo					
		PRECISIÓN					
		TOTAL	< 12,5%	%	< 20,0%	%	COMENTARIOS
Automóviles	Frontales <i>Wd/W = 100%</i>	159	155	97,5	159	100,0	Modelos 1975 a 2016
	Frontales <i>Wd/W > 80%</i>	697	473	67,9	614	88,1	Modelos 1975 a 2016
	Traseros <i>Wd/W = 100%</i>	494	352	71,2	451	91,3	Modelos 1990 a 2016
	Traseros <i>Wd/W = 100%</i>	25	20	80,0	23	92,0	Modelos 1994 a 2000
VAN	Frontales <i>Wd/W > 80%</i>	60	50	83,3	57	95,0	Modelos 1979 a 2015
	Traseros <i>Wd/W > 85%</i>	14	6	42,9	13	92,9	Modelos 1994 a 2000
SUV	Frontales <i>Wd/W > 80%</i>	39	29	78,4	36	97,3	Modelos 1993 a 2020
	Traseros <i>Wd/W > 80%</i>	2	2	100,0	2	100,0	Modelos de 1998
PICK UP <i>Ee < 2,900 m</i> <i>L < 5,200</i>	Frontales <i>Wd/W > 80%</i>	48	36	75,0	44	91,2	Modelos 1980 a 2013
	Traseros <i>Wd/W > 80%</i>	2	1	50,0	2	100,0	Modelos 1995 a 1996

La deformación residual, que es la que se puede medir o estimar en los vehículos chocados, fuera del ámbito de la experimentación en el laboratorio, incluye una recuperación parcial –la restitución-, de la estructura. Por ello, en aquellos ensayos de “ancho parcial” de cierta magnitud, debe suponerse que una parte del “ancho no-deformado”, participó de alguna manera de la deformación elástica. A partir de cierto límite de la relación entre ancho (residual) deformado (W_d) y el ancho total (W), esta hipótesis va perdiendo consistencia. Se asume como límite razonable un cociente $W_d/W > 0,8$.

Con estas consideraciones se ajustaron los coeficientes de la ecuación [6] a la forma:

$$\omega = [36,5 - 135 C/l] s^{-1} \quad [8a]$$

Con esta expresión se calcularon la frecuencia estimada y la *EBS*, la diferencia porcentual o error de estimación, de un total de 887 ensayos frontales y traseros de automóviles de dos, tres, cuatro y cinco puertas; vans, SUV’s

y pick up’s livianas. Se agruparon en errores dentro del $\pm 12,5\%$ y dentro del 20% , como modo de identificar el grado de confiabilidad de la ecuación [8a]. Los resultados se indican en la Tabla I.

Entre los *automóviles* la confiabilidad de la ecuación con un error de $\pm 12,5\%$, es mayor al $97,5\%$; y del 100% con una dispersión admisible de $\pm 20\%$. Este último rango de imprecisión es el que mejor satisface a los automóviles con ancho deformado residual igual o superior al 80% del ancho total de los automóviles, y en el resto de los vehículos.

Las pick ups de mayor tamaño (distancia entre ejes mayor de $2,900$ m y largo total mayor de $5,200$ m), con simple y doble cabina, presentan una apariencia de menor rigidez, Ello puede atribuirse a su longitud, lo que influye en el factor C/l . Ajustando los parámetros de la ecuación [6] a la forma:

$$\omega = [32 - 125 C/l] s^{-1} \quad [8b]$$

se obtienen resultados de igual grado de confiabilidad, que se muestra en la Tabla II.

Tabla II
Confiabilidad en pick up’s grandes
*EBS*calc vs Vel. de Ensayo

		PRECISIÓN				COMENTARIOS	
		TOTAL	< 12,5%	% < 20,0%	%		
PICK UP	Frontales	76	50	65,8	74	97,4	Modelos 1997 a 2015
	$W_d/W > 80\%$						
Ee>2,900 m L>5,200	Traseros	4	4	100,0	4	100,0	Modelos de 1997
	$W_d/W > 80\%$						

Conclusiones

El desarrollo teórico y empírico precedente, ofrece una metodología práctica para estimar el parámetro *EBS*, implícito en la deformación de cada vehículo participante de una colisión, con una muy buena certeza y razonable precisión.

El parámetro de referencia por excelencia es la deformación específica *C/l*. Las ecuaciones [2] y [8] permiten estimar, tanto la deformación máxima dinámica, como la frecuencia propia de vibración. Con ambos valores, la ecuación [4] devuelve el valor de *EBS*; y con ella, en la ecuación [1] se puede estimar la energía disponible en el choque, y la energía disipada en el mismo.

El procedimiento es aplicable a cualquier vehículo que colisiona contra una barrera, un poste o similar, donde el ancho residual deformado sea de al menos el 80%, con una relación *C/l* entre 0,05 y 0,14; para valores mayores deberá tenerse el recaudo de limitar el valor de la frecuencia dado por las ecuaciones [8] a un mínimo de $20,5 \text{ s}^{-1}$.

En el caso de colisiones entre dos vehículos, se deberá recurrir a la ecualización de la frecuencia de ambos en el choque dada por la ecuación [7].

Reconocimientos

Para el desarrollo de este trabajo, he contado con el aporte desinteresado de Joaquín Garat, a quien agradezco la Base de Datos para la validación del modelo, y sus observaciones críticas.

Agradezco también a Gustavo Galmés, Lorena Morero y Enrique Loggia, por la lectura detenida de los borradores originales y sus filosas observaciones, que fueron de utilidad para dar con el fondo y también con la forma de este ensayo.

General Las Heras, Pcia. de Buenos Aires, Argentina. Febrero de 2022.-----