

UTILIZACION DE MODELOS DINAMICOS EN LA INVESTIGACIÓN DE ACCIDENTES VIALES

Ing Aníbal O. García – agarcia@perarg.com.ar
Ingeniero Mecánico – UBA. Consultor en Investigación de Accidentes

Ing José Pablo Cebreiro - jpcebre@fi.uba.ar
Laboratorio de Control de Accionamientos, Tracción y Potencia
(LABCATYP) – Fac. de Ingeniería - UBA

CONGRESO IBEROAMERICANO DE ACCIDENTOLOGÍA VIAL
Avellaneda (Rca. Argentina) – Octubre de 2003

0.- RESUMEN

En un trabajo anterior se presentó y validó un *modelo dinámico* de análisis de la colisión, comparando sus resultados con los obtenidos en ensayos de choque de un vehículo contra barreras rígidas⁽¹⁾. En el presente se analiza la utilización de ese modelo simple a los casos cotidianos de choque entre dos vehículos, ampliando el campo de validez y estableciendo los límites de incertidumbre del modelo dinámico, en tanto herramienta tecnológica para la investigación de accidentes de tránsito.

Se examinan los parámetros de anelasticidad y rigidez relativa aplicables al modelo dinámico, en relación con la velocidad de impacto, la masa y la rigidez de los protagonistas. Se presentan algunas fórmulas simplificadas para la estimación del coeficiente de restitución e , y se examina el valor del parámetro w , el cual se sugiere proporcional a la frecuencia propia correspondiente al primer modo de vibración de la estructura de un automóvil, y con cierta relación con parámetros de rigidez determinados en los modelos clásicos. Estos últimos parámetros se obtienen a partir de ensayos de choque contra barreras rígidas.

1.- MODELO DE CHOQUES ENTRE DOS VEHÍCULOS

En el trabajo mencionado anteriormente se ha propuesto un modelo dinámico de análisis de la colisión. Dicho modelo describe el fenómeno del choque de un vehículo contra una barrera de masa y rigidez infinitas, en una única dirección, y por lo tanto válido únicamente para un choque colineal. El modelo está representado, para valores de $n = 5$ y $n = 1$ respectivamente, por las siguientes ecuaciones:

$$A_5(t) = -(v_i / 2,3) [(1 + e) w \sum (1/n) \text{sen } nwt] \quad [1]$$

$$V_5(t) = (v_i / 2,3) [(1 + e) \cdot \sum (1/n^2) \cos nwt + (0,839 - 1,464 e)] \quad [2]$$

$$X_5(t) = (v_i / 2,3) [(1 + e)/w \sum (1/n^3) \text{sen } nwt + (0,839 - 1,464 e) t] \quad [3]$$

$$A_I(t) = -(v_i / 2) \omega (1+e) \text{ sen } \omega t \quad [1']$$

$$V_I(t) = (v_i / 2) [(1+e) \cos \omega t + (1-e)] \quad [2']$$

$$X_I(t) = (v_i / 2) [(1+e)/\omega \text{ sen } \omega t + (1-e) t] \quad [3'], \text{ donde:}$$

v_i : velocidad de impacto expresada en m/s,

e : es el coeficiente de restitución, adimensional, y

ω : en s^{-1} , es un parámetro asociado a la rigidez de la estructura, como se demostrará más adelante.

En ambos casos, el choque responde a un caso ideal, en el que uno de los protagonistas –el muro embestido-, posee masa y rigidez infinita y consecuentemente, velocidad nula. Se asume que toda la variación de velocidad (ΔV), y la aceleración y deformación la experimenta el móvil embistente. El gráfico siguiente representa la variación de la velocidad de un punto próximo al centro de masa del vehículo, en función del tiempo en este caso ideal.

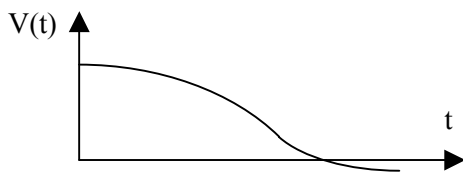


Figura 1- *Gráfica de velocidad en función del tiempo, para el caso del choque de un vehículo contra una barrera de masa y rigidez infinitas*

Es de recalcar que el modelo, y las seis ecuaciones que lo representan, han sido obtenidas exclusivamente mediante consideraciones cinemáticas. En lo que sigue se propone aplicar este modelo al caso del choque entre dos vehículos de *masa y rigidez finitas*. Para tal fin, se adopta un sistema de ejes de referencia móvil $[x; y; z]$ solidario con el frente de choque de ambos vehículos, que se desplaza respecto de un sistema fijo $[u; v; w]$ a una velocidad constante v_c , velocidad del centro de masa del sistema. Asumiendo que el choque progresa en la dirección del eje x , las ecuaciones que definen la transformación de coordenadas entre los dos sistemas de referencia mencionados, son las siguientes:

$$u = x + v_c dt; \quad v = y; \quad w = z$$

Nótese que ambos sistemas de referencia utilizados son inerciales, con lo cual las expresiones de la cantidad de movimiento, coeficiente de restitución del choque, etc., no se alteran.

Empleando esta transformación de coordenadas, y refiriendo el sistema de ecuaciones del modelo al sistema de referencia móvil $[x, y, z]$, todo choque colineal entre dos vehículos de masa y rigidez finitas puede estudiarse como dos choques independientes contra una barrera móvil virtual que se desplaza con una velocidad constante v_c . De acuerdo con esto, las ecuaciones del modelo, según sea el

valor de n , se aplican en forma independiente a cada uno de los dos rodados. El valor de v a utilizar en las ecuaciones [1] a [3'], es el valor de v_c mencionado.

Teniendo en cuenta la conservación de la cantidad de movimiento y la definición de velocidad relativa, las velocidades v_c y v_e se determinan como sigue:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_c \qquad v_e = \text{abs}[v_i - v_c]$$

donde v_i es la velocidad antes del choque de cada uno de los vehículos en el instante previo a la colisión.

La determinación del parámetro w , que como se verá más adelante resulta proporcional a la frecuencia propia correspondiente al primer modo de vibración de la estructura, y el grado de anelasticidad dado por el coeficiente de restitución e , factor que se relaciona con el grado de severidad del impacto, se estudiarán en el capítulo 3.

La interpretación de un choque entre dos vehículos como dos choques independientes contra barreras virtuales que se mueven a la velocidad del centro de masa del sistema, se ejemplifica en la figura 2. La figura de la izquierda representa las funciones $V(t)$ de dos automóviles que se mueven a distinta velocidad en la misma dirección y sentido: es el caso de un embestimiento por alcance. El gráfico de la derecha representa las funciones $V(t)$ de cada uno de los vehículos durante la colisión, respecto al sistema $[x, y, z]$, el cual a su vez se desplaza a una velocidad v_c respecto del sistema $[u, v, w]$.

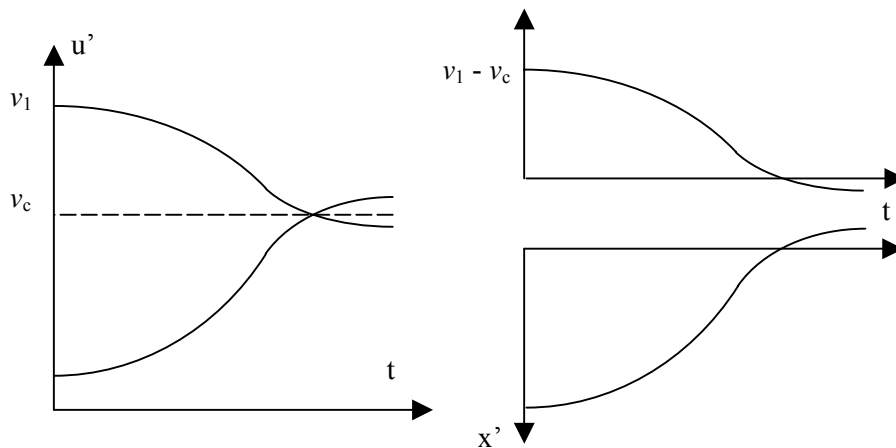


Figura 2- Gráficas de velocidad en función del tiempo, para el caso de un choque entre dos vehículos.

En el capítulo siguiente, se comparan los resultados del modelo, para el caso de choque de dos vehículos, con valores obtenidos en dos ensayos.

2.- CONTRASTE DE RESULTADOS DEL MODELO

Uno de los primeros ensayos de choques entre vehículos de masas disimiles, en los cuales se registraron diagramas de velocidad en función del tiempo, se realizaron en la Universidad de California en los años 1970 y 1971, atendiendo al desarrollo de los sistemas de seguridad pasiva en automóviles de menor envergadura⁽²⁾.

El primer ensayo, identificado con el código X-107, registra el embestimiento trasero de un Volkswagen Beetle 1969 (motor trasero), con una masa de 1108 kg, por parte de un Ford *Full-Size* 1967 (masa 1998 kg) a una velocidad de 13,5 m/s (30 m.p.h.). En la figura 3 se reproduce el gráfico $V(t)$ [fps - ms] tomado del informe citado, para un punto de cada vehículo, próximo a su centro de masa.

La máxima penetración de 30 pulgadas (76 cm) se produjo a los 95 ms de iniciado el contacto a una velocidad de 8,44 m/s, coincidente con la velocidad del centro de masa del sistema.

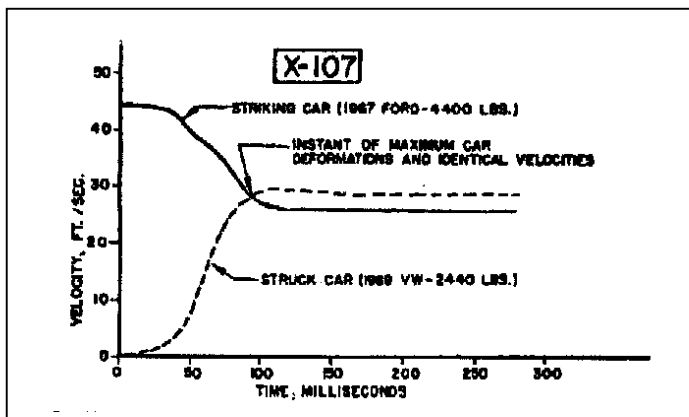


Figura 3 – Choque trasero entre automóviles de masa distinta.
Experimento X-107
(Severy)

De la observación de la figura 3 se deduce un tiempo total de $T = 125$ ms y velocidades finales de colisión de 7,89 m/s para el embistente y 9,01 m/s para el Volkswagen embestido, de los que se estiman los valores de los parámetros $w = 25,13$ s⁻¹ y $e = 0,0824$. La velocidad equivalente v_e de ambos vehículos resulta de 5,16 y 8,34 m/s en el Ford y el VW respectivamente. En la figura 4 se representan las curvas de la figura 3 en trazos discontinuos, conjuntamente con los resultados del modelo.

En la figura 5 se representa la aceleración del modelo, para los dos vehículos y para los dos valores de n , conjuntamente con las curvas obtenidas, para un punto próximo al centro de masa de cada vehículo, del ensayo. Estas dos últimas, se representan con línea discontinua.

El ensayo de la figura 3 se caracteriza por un alto grado de rigidez y altos niveles de desaceleración en el embestido, a consecuencia de la menor masa de éste. De la observación de la figura 4

se puede concluir que en este caso, el modelo con $n = 1$ aproxima mejor la variación de la velocidad, respecto a la obtenida en el ensayo. En cuanto a las aceleraciones, gráfico de la figura 5, se observa que los valores obtenidos con el modelo con $n = 1$, acompañan mejor a la gráfica del ensayo, en tanto que los valores máximos obtenidos con el modelo con $n = 5$, son más próximos a los del ensayo.

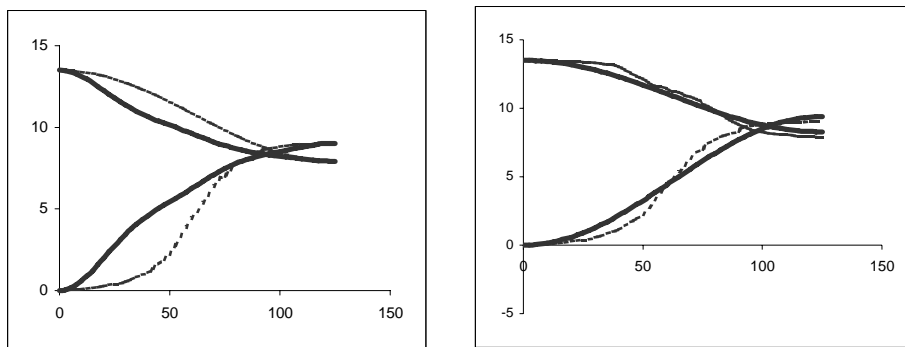


Figura 4 – Velocidad durante la colisión - Experimento X-107 (Severy):
 a) comparación con modelo ($n=5$); b) ídem con $n=1$.

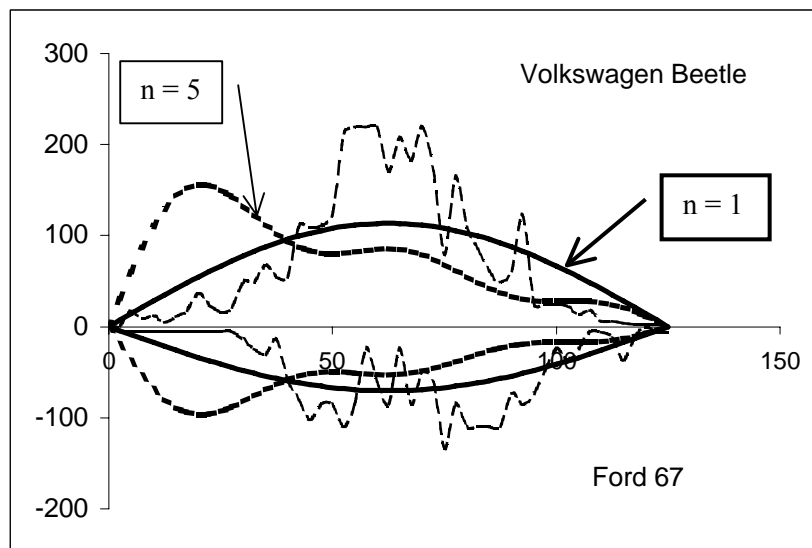


Figura 5 – Aceleración durante la colisión - Experimento X-107 (Severy):
 comparación con el modelo ($n = 5$ y $n = 1$)

En la figura 6 se representa el desplazamiento de cada uno de los vehículos en función del tiempo durante la colisión, obtenidos con la ecuación [3'] ($n = 1$). También se representa la penetración mutua de un coche sobre el otro, como la suma de ambos desplazamientos, identificada con la función $p(t)$. En línea punteada se referencia la máxima penetración de 76 cm informada en el ensayo X-107.

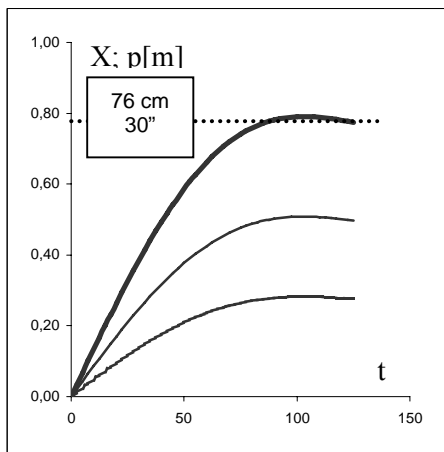


Figura 6 – Desplazamiento y Penetración durante la colisión. Modelo con $n = 1$

Se denomina energía absorbida a la energía cinética transformada en trabajo de deformación desarrollado para producir la deformación residual o permanente de los vehículos, despreciando otras formas de disipación de energía. En la figura 7 se presentan las curvas de pérdida de energía cinética absorbida (E_{abs}) del sistema, y la curva de un trabajo de deformación aproximado $L(t)$, calculado con la expresión simplificada:

$$L(t) = M A(t) p(t)$$

Ambas curvas han sido obtenidas de la aplicación modelo, con $n = 1$.

Otro de los ensayos informados por *Severy* en 1971, identificado con el código X-93, estudia el impacto trasero de un vehículo idéntico al embistente, de igual masa (Ford *Full-Size* modelo 1967, masa total 1998 kg). El tiempo total del impacto es de 215 milisegundos, y las velocidades finales de 7,2 y 6,1 m/s, de lo que surge un coeficiente de restitución $e = 0,0826$, y un valor del parámetro $w = 14,6 \text{ s}^{-1}$. La diferencia entre la velocidad de cada uno de los vehículos, y la velocidad del centro de masa del sistema, es la misma: 6,75 m/s. Careciendo de datos específicos al respecto, se asume una rigidez delantera y trasera idéntica en el vehículo ensayado.

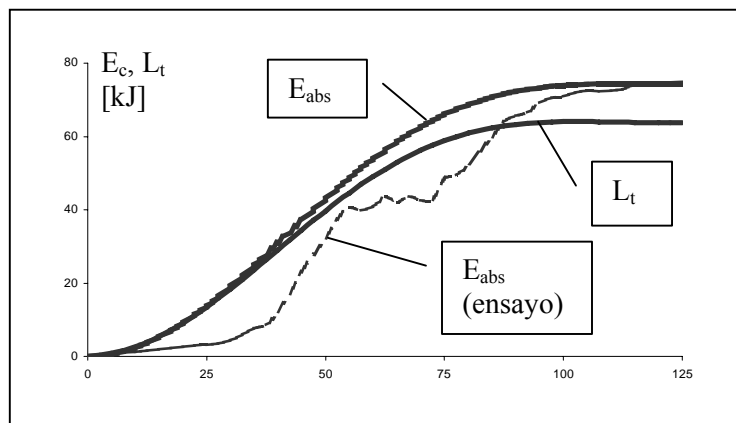


Figura 7 – Energía Cinética y Trabajo de Deformación durante la colisión - Experimento X-107 (*Severy*): modelo con $n = 1$

En la figura 8a se representa la curva $V(t)$ correspondiente a un punto próximo al centro de masa del vehículo embestido, obtenida del ensayo. En la figura 8b se representan las curvas $V(t)$ para los dos vehículos, las cuales son simétricas, por ser ambos rodados idénticos. En la misma figura, en línea de trazo grueso, se representan las gráficas de $V(t)$ obtenidas con la ecuación [2'] del modelo, con $n = 1$.

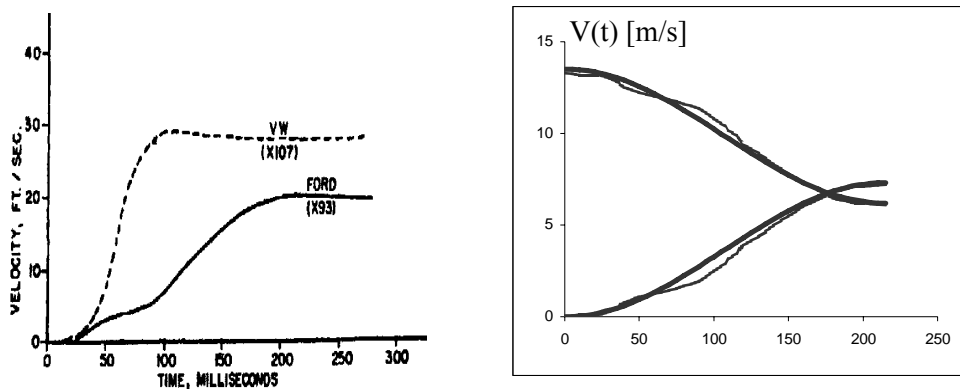
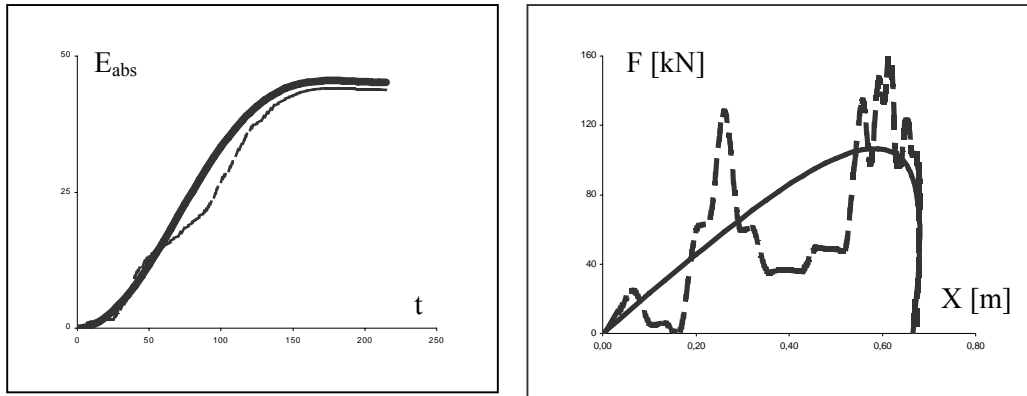


Figura 8 – *Velocidad durante la colisión - Experimento X-93 (Severy)*:.
 a) *Vehículo embestido (en línea punteada velocidad de VW - X-103)*;
 b) *Velocidad embistente y embestido; comparación con modelo ($n=1$)*
 c)

Accesoriamente, en la figura 8a, se representa en línea discontinua la velocidad del VW Beetle embestido por el mismo vehículo y a la misma velocidad, en el ensayo X-107. En comparación con la curva correspondiente del Ford 1967 embestido, las diferencias en la variación de velocidad se relacionan con una menor ΔV , y mayor duración del impacto, hecho que el modelo dinámico relaciona con la menor rigidez (menor valor del parámetro w). Ambos hechos indican, desde el punto de vista del vehículo embestido, una menor *severidad de impacto* relativa, en el caso del experimento X-93. Comparando los gráficos de las figuras 4 y 8, se observan mejores coincidencias entre los valores entregados por el modelo y los valores registrados en el ensayo en el segundo caso; el de menor severidad.

Volviendo al experimento X-93. En la figura 9 se grafica en forma comparativa la variación durante la colisión de la energía cinética absorbida, y el módulo de la fuerza actuante en cada uno de los vehículos, en función del desplazamiento, calculados con el modelo para $n = 1$ (trazo grueso continuo) y las derivadas a partir de datos del experimento (trazo discontinuo). El área encerrada bajo las curvas de la figura 9b representa el trabajo mecánico debido a la deformación residual. La comparación muestra en ambos casos, una razonable coherencia entre el modelo dinámico y los registros obtenidos en ensayos de choque.



a) b)
 Figura 9 – Energía y Trabajo durante la colisión - Experimento X-93 (Severy).

3.- DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

La aplicación del modelo propuesto demanda una estimación previa de los parámetros e (coeficiente de restitución) y del parámetro w , utilizados en las ecuaciones [1], [2] y [3], o el sistema [1'], [2'] y [3'] según sea el valor de n que se adopte.

El coeficiente de restitución e representa el grado de anelasticidad del choque. Históricamente se ha relacionado el valor de este coeficiente, de manera empírica, con el grado de severidad del impacto. En 1968 Emori⁽³⁾ propuso una ecuación, corroborada experimentalmente por McHenry⁽⁴⁾ varios años después, expresada de la siguiente manera:

$$e = 0,574 e^{(-0,1419 v)} \quad [4]$$

donde v es la velocidad de impacto, expresada en m/s. Diversas comparaciones realizadas sobre diagramas de ensayo, demuestran que la expresión anterior satisface con muy buena aproximación los casos de automóviles de modelos anteriores a los años '70, para valores de e inferiores a 0,3.

Las adaptaciones de los diseños de estructuras monocasco a los conceptos de deformación progresiva, generalizados a partir de la década del '80, provocaron cambios sensibles en la respuesta elasto-plástica de los vehículos en el choque. Los resultados de los ensayos de impacto realizados sobre vehículos de diseño posterior a la década del '80, sugieren que resultados más precisos se pueden alcanzar modificando los coeficientes de la ecuación [4] de la siguiente manera:

$$e = 0,45 e^{(-0,145 v)} \quad \text{para } v < 15 \text{ m/s [4a]}$$

$$e = 0,12 e^{(-0,055 v)} \quad \text{para } v > 15 \text{ m/s [4b]}$$

La velocidad de impacto v a utilizar en el cálculo del coeficiente de restitución e , es la diferencia entre las velocidades de los dos vehículos (con su signo).

En el modelo propuesto, w se relaciona con la duración total del impacto. En el caso de choque contra barrera rígida, el cociente π/T determina el valor de w para cada automóvil. Un examen de los ensayos realizados en distintos modelos y a distintas velocidades permiten comprobar que el valor de T es muy constante para un determinado tipo de vehículo y poco dependiente de la velocidad de impacto. En el rango de w entre 20 y 28 s⁻¹ se encuentran los valores de todos los modelos relevados en los ensayos frontales de impacto contra barrera.

En la mayoría de los casos de automóviles que chocan, no se dispone del diagrama aceleración (o velocidad) en función del tiempo. En el modelo de masa-resorte ideal -que sostiene la teoría del movimiento armónico simple y en la que abreva el modelo dinámico propuesto-, la frecuencia de vibración y la constante de rigidez están relacionadas con la masa, mediante la ecuación

$$w_R^2 = k_R/m_R \quad [I]$$

Las teorías y ensayos realizados en los últimos 30 años demuestran que la rigidez medida en ensayos contra barrera k_E , es específica para cada modelo y tipo de automóvil, y está relacionada con el tamaño del mismo y con la masa. Una expresión asociada a la rigidez k_E , ampliamente difundida, son los coeficientes A y B del vehículo, desarrollados para la aplicación en el algoritmo CRASH3⁽⁵⁾. De acuerdo con este modelo estático, la fuerza media durante el impacto puede estimarse con la ecuación

$$F(x) = A + B c \quad [II]$$

donde $F(x)$ es la fuerza en función de la deformación y c la deformación residual; A y B son los coeficientes de rigidez característicos de cada unidad estructural (delantera, trasera y lateral del vehículo). De la observación de las tablas publicadas^{(5),(6)}, el valor de B expresado en unidades de fuerza por unidad de longitud (de deformación residual) y por unidad de masa, resulta proporcional a la relación k_E/m_E . Se puede plantear entonces que el valor del parámetro w de un vehículo en particular será:

$$w^2 = x B \quad [III]$$

en la que x es coeficiente de proporcionalidad, cuyo valor se puede adoptar en primera instancia en el entorno de 1,20 a 1,25. Considerando las expresiones [I], [II] y [III], se puede asociar el parámetro w con un valor proporcional a la frecuencia de resonancia correspondiente al primer modo de vibración de la estructura. A pesar de lo razonable de esta hipótesis, es imprescindible destacar que la misma deberá ser verificada con estudios y ensayos específicos, complementarios de los presentados en el presente trabajo.

La Tabla 1 da los valores medios de w para cinco categorías de vehículos, calculados a partir de valores actualizados de los correspondiente coeficientes B aludidos⁽⁶⁾. Comparados con valores de deformación registrados en los ensayos de impacto (47 casos con 25 modelos diferentes de las categorías 1 a 3), la dispersión media es del 6,6 %, con un máximo del 12,5 %. Con estas dispersiones, el grado de incertidumbre en los valores derivados del modelo son de +/- 2 % para las estimaciones de velocidad, y de +/- 10 % en la evaluación del desplazamiento y la aceleración.

TABLA 1 – Valores medios de Frecuencia.

Calculados a partir de los coeficientes A y B aplicables en el algoritmo CRASH3⁽⁶⁾

CATEGORIA	1	2	3	4	5
Entre Ejes [m]	2,05	2,41	2,58	2,80	>2,98
Largo total [m]	4,03	4,43	4,84	5,22	5,51
Ancho total [m]	1,65	1,72	1,77	1,88	1,89
w Delantera [s^{-1}]	28	24,5	23,5	20,5	25,5
w Trasera [s^{-1}]	25	22	20,5	17,5	27,5

A partir de la relación [I], la rigidez relativa entre dos automóviles que protagonizan una colisión, se puede asimilar al modelo de dos resortes en serie, sometidos a una fuerza de compresión. En esa situación la rigidez aparente k_{ch} del choque –específico de cada caso particular-, se podría determinar a partir de las constantes k_1 y k_2 de cada uno de los vehículos mediante la ecuación

$$1/k_{ch} = 1/k_1 + 1/k_2$$

de donde

$$k_{ch} = (k_1 k_2) / (k_1 + k_2)$$

que puede escribirse

$$w_{ch}^2 = [(w_1^2 w_2^2) / (w_1^2 m_1 + w_2^2 m_2)] [(m_1 m_2) / (m_1 + m_2)] \quad [5]$$

en la que m_1 y m_2 representan la masa propia de la estructura de cada uno de los automóviles que protagonizan el choque, sin carga de ningún tipo.

En todos los casos, la rigidez del choque, y con ella el parámetro w , así como la variación total de velocidad en cada uno de los vehículos, resultan inferiores a los que experimentaría cada uno de ellos en un choque contra barrera rígida a la misma velocidad de impacto. Si w es menor, la duración total del choque será mayor. Esto supone decir que además de la reducción de la variación de velocidad debida a las masas de ambos rodados, hay una disminución del módulo del vector aceleración durante el impacto. Ambos factores, masa y rigidez, inciden en la determinación de la severidad de impacto en cada uno de los protagonistas de la colisión.

4.- CONCLUSIONES

El modelo dinámico de la colisión presentado permite obtener resultados bastante aproximados a lo observado en los ensayos de impacto, tanto en el caso de un vehículo contra barrera rígida, como en el caso de choques entre vehículos. La estimación de los parámetros empleados, w (proporcional a la frecuencia propia correspondiente al primer modo de vibración de la estructura), y e (coeficiente de restitución), se puede realizar en forma sencilla, y el error tiene escasa incidencia en los resultados.

El modelo dinámico supera las restricciones de los modelos basados en la estimación de energía absorbida en el impacto, por comparación de la deformación residual, los cuales no son aplicables a impactos de baja velocidad, debido al amplio grado de error demostrado. La aproximación entre los datos obtenidos de los ensayos, y los obtenidos con el modelo dinámico, es mayor en los choques de menor velocidad y menor respuesta elástica.

El modelo dinámico es una herramienta para estimar los valores de fuerza e impulso del impacto entre dos vehículos, contando sólo con la deformación de uno de ellos. Esto representa una ventaja cuando el estudio de la deformación durante el impacto se incorpora al estudio de colisiones con desplazamientos post impacto complejos (rototraslación y vuelco).

La utilización del modelo presentado en el análisis de la dinámica de impacto adquiere especial importancia en colisiones severas, como las que tienen lugar entre cuerpos de masas disímiles, en particular los embestimientos de ciclistas, motociclistas y peatones por parte de automóviles, camiones y ómnibus.

Buenos Aires, agosto de 2003.-

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ⁽¹⁾ Véase Aníbal O. García, José P. Cebreiro “MODELO DINAMICO DE LA COLISIÓN” - **CONGRESO IBEROAMERICANO DE ACCIDENTOLOGÍA VIAL** - Avellaneda – 9 al 11 de octubre de 2003
- ⁽²⁾ *Derwyn M. Severy, Harrison M. Brink y David M. Blaisdell* – **SMALLER VEHICLE VERSUS LARGER VEHICLE COLLISIONS.**- University of California - Paper SAE 710861.- 1971
- ⁽³⁾ *Richard I Emori* - **ANALYTICAL APPROACH TO AUTOMOBILE COLLISIONS.**- Paper SAE 680016.- 1968
- ⁽⁴⁾ *Raymond R. McHenry, Brian G. McHenry.*- **A REVISED DAMAGE ANALYSIS PROCEDURE FOR THE CRASH COMPUTER PROGRAM.**- Paper SAE 861894 - 1986

⁽⁵⁾ *Raymond R. McHenry.- A COMPARISON OF RESULTS OBTAINED WITH DIFFERENT ANALYTICAL TECHNIQUES FOR RECONSTRUCTION OF HIGHWAY ACCIDENT.-* Paper SAE 750893 – 1975

⁽⁶⁾ *Donald E. SIDDALL and Terry D. DAY – UPDATING THE VEHICLE CLASS CATEGORIES –* 1996– SAE-ACCIDENT RECONSTRUCTION: TECHNO-LOGY AND ANIMATION VI, pp 271 - 280.