

MODELO DINAMICO DE LA COLISION

Ing Aníbal O. García – agarcia@perarg.com.ar
Ingeniero Mecánico – UBA. Consultor en Investigación de Accidentes

Ing José Pablo Cebreiro - jpcebre@fi.uba.ar
Laboratorio de Control de Accionamientos, Tracción y Potencia
(LABCATYP) – Fac. de Ingeniería - UBA

CONGRESO IBEROAMERICANO DE ACCIDENTOLOGÍA VIAL
Avellaneda (Rca. Argentina) – Octubre de 2003

0.- RESUMEN

Los modelos usualmente aplicados al estudio de choques, que pretenden estimar la energía de impacto absorbida en la deformación permanente, emplean parámetros y relaciones propias de los sistemas estáticos. Estos modelos dejan de lado el hecho de que la colisión es un proceso físico de transferencia de cantidad de movimiento y de deformación, durante el cual, la fuerza desarrollada en dicha colisión varía: en efecto, el choque es un proceso esencialmente *dinámico*.

En el presente trabajo se presenta un *modelo dinámico de análisis de la colisión* en el que se asume que las coordenadas espaciales, velocidad, aceleración, fuerza, masa y rigidez son funciones dependientes del tiempo, continuas y derivables.

El modelo se funda en el análisis de variación de una fuerza aplicada en el plano de contacto o *frente de choque*. El sólido que colisiona se asume compuesto por una *zona deformable* durante el choque, sometida a compresión, y una segunda zona del sólido *no-deformada* sometida a la desaceleración.

El presente trabajo es un desarrollo obtenido a partir de las ideas preliminares de *Locati*^[1], y los desarrollos realizados por el grupo Fiat entre 1962 y 1968, y de las hipótesis formuladas por *Emori*^[2]. El modelo desarrollado considera la influencia del *fenómeno de la restitución*, como una característica de la severidad del impacto, y la influencia de un parámetro w , el cual puede ser asimilado al concepto de rigidez, cuya determinación empírica es objeto de numerosos ensayos en los Estados Unidos de Norteamérica desde los años 70, a partir de los aportes de *Campbell*^[3], *McHenry*^[4], *Wood*^[5] y *Prasad*^[6] entre otros.

El modelo dinámico presentado se puede aplicar al estudio de los choques entre vehículos, en los que además de la variación de velocidad, se requiere estimar aceleraciones y fuerzas puestas en juego durante la colisión. En particular en los choques a baja velocidad, campo de estudio donde los esquemas tradicionales demuestran muy poca o nula consistencia. Asimismo el modelo dinámico posibilitaría en una etapa posterior, el estudio de la *segunda colisión*, que involucra a pasajeros y tripulantes en el interior del vehículo, como así también el análisis de la dinámica de impacto en casos de choques de masas disímiles, entre los que se encuentran el atropellamiento de ciclistas y peatones.

1.- CONSIDERACIONES GENERALES DEL MODELO

En el modelo dinámico de análisis de la colisión que se presenta, no sólo las coordenadas espaciales, la velocidad, la aceleración y la fuerza son funciones del tiempo: también lo son la masa en movimiento durante la colisión y la rigidez de la zona deformada durante ella. En todos los casos, se consideran funciones continuas y derivables cuyas derivadas son también funciones continuas. Se define como T al intervalo de tiempo que media entre el inicio del contacto o colisión, y el final del mismo. Durante ese intervalo de tiempo T , el vehículo se encuentra bajo aceleración debida a causas ajenas a la aceleración de la gravedad y/o planta motriz o sistema de freno.

Las ecuaciones se plantean para un vehículo genérico que colisiona frontalmente con todo el ancho del mismo ya sea contra un obstáculo o contra otro vehículo. Los casos de choques parciales y/u oblicuos pueden ser analizados con el modelo que se presenta, pero su tratamiento excede el marco y propósito del presente trabajo

2.- MASA EN EL MODELO DINAMICO

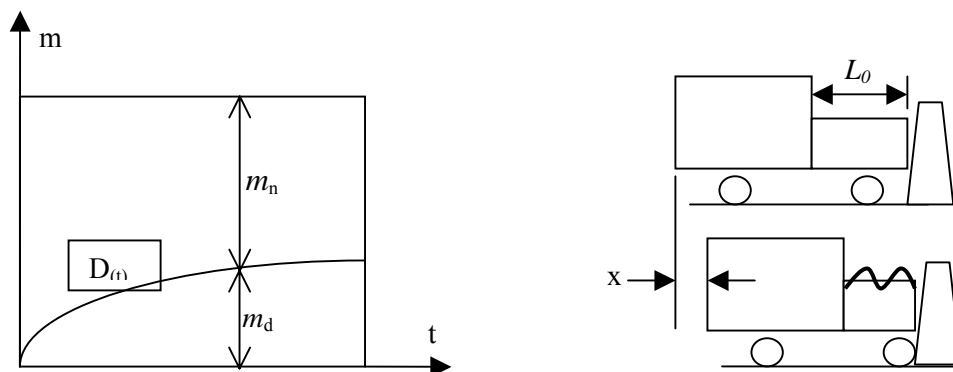
En lo que sigue se supone que el automóvil tiene una masa total M , que a los efectos de la modelización propuesta, se considera constituida por una masa m , propia del vehículo, y una carga transportada q , tal que se puede establecer las siguientes relaciones:

$$M = m + q \quad \text{y} \quad r = M/m.$$

Al chocar contra una barrera rígida, o contra otro vehículo en un accidente de tránsito⁽¹⁾, el automóvil experimenta una deformación en una porción de la masa, próxima a la zona de contacto. La masa propia del vehículo m , se asume compuesta por la *masa deformada* m_d , y por la *masa no deformada* m_n , tal que se cumpla la relación $m = m_d + m_n$.

De acuerdo a esta hipótesis, la porción deformada es una fracción variable de la masa propia m del automóvil, progresiva en el tiempo. Considerando una *unidad estructural* al sector que resulta afectado por la deformación (por ejemplo el volumen encerrado por el capot o por el baúl, en el caso del choque trasero), se puede definir la relación $m_d = m D(t)$, donde $D(t)$ es una función del tiempo. Como corolario se tiene

$$m_n = m [1-D(t)]$$



Antes del choque, la unidad estructural que resultará deformada parcial o totalmente, tiene una longitud inicial L_0 , y su masa es una fracción f de la masa total m . El acortamiento de la masa deformada

es igual al desplazamiento $x(t)$ de la porción no deformada, de manera tal que se puede escribir la función $D(t) = (f/L_0) x(t)$, de donde se obtiene la ecuación de la masa no deformada:

$$m_n = m [1 - D(t)] = m [1 - (f/L_0) x(t)]$$

y la masa total expresada como una función del tiempo resultará:

$$M(t) = m [1 - (f/L_0) x(t)] + q$$

donde operando resultará finalmente:

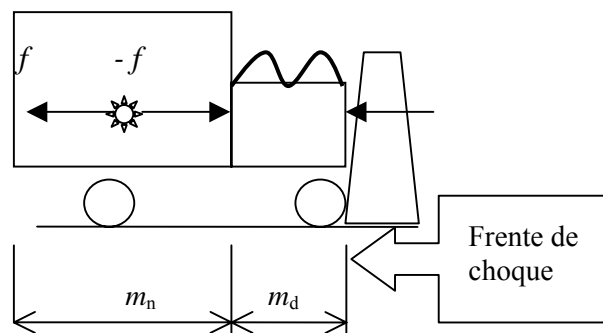
$$M(t) = m [r - (f/L_0) x(t)] \quad [1]$$

Se asume como nula, la velocidad de la masa deformada durante la colisión. Esta es una hipótesis muy aproximada a la realidad, pues en la primer fase del choque, y mientras tiene lugar el crecimiento de la cantidad de la masa deformada, el desplazamiento del centro de masa de la misma en la dirección contraria al movimiento es despreciable. Análogamente se asume que la posición del centro de masa de la masa no deformada del vehículo, no varía durante la colisión.

A los efectos del modelo, la carga transportada q se mantiene solidaria con la porción intacta del vehículo durante la colisión.

3.- FUERZA Y TRABAJO EN EL MODELO

Se asume que las fuerzas generadas entre los vehículos que toman contacto en la colisión (o entre un vehículo y una barrera rígida), iguales y de sentido contrario-, se aplican normales a un solo plano: el plano de contacto que denominamos *frente de choque*. En cada uno de los vehículos en colisión se puede agregar un sistema nulo $[f, -f]$, aplicado en el centro de masa. Se asume, que durante la colisión, la posición del centro de masa de cada uno de los vehículos no varía. De esta manera se puede concebir al vehículo que colisiona como un sólido compuesto por una *zona deformable* durante el choque, sometida a un esfuerzo de compresión f , y una segunda zona del mismo, la porción no deformada, bajo la acción de una fuerza f que induce la desaceleración de dicha masa no deformada.



Por definición, la cantidad de movimiento C de la masa no deformada, se puede expresar:

$$C = M(t) V(t)$$

y de acuerdo con la 2ª Ley de Newton $F(t) = dC/dt$, aplicada en la dirección del choque; resultará:

$$F(t) = M(t) d[V(t)]/dt + V(t) d[M(t)]/dt$$

reemplazando la masa $M(t)$ de acuerdo con la ecuación [1] resultará:

$$F(t) = M(t) A(t) - m (f/L_0) [V(t)]^2 \quad [2]$$

La energía cinética en el instante inicial de la colisión, en que el vehículo tiene la velocidad de impacto v_i , es $E_i = (m + q)/2 v_i^2$. Dicha energía disminuye a lo largo de la colisión, como consecuencia de la pérdida de velocidad v_i . Durante el transcurso de dicha colisión, el esfuerzo de compresión desarrolla un trabajo mecánico de deformación, debido a la compresión $x(t)$ experimentada en la zona deformada del vehículo. Aplicando el principio de conservación de la energía puede plantearse:

$$-\Delta E_i + \Delta L_d = 0, \quad \text{de donde}$$

$$[M(t)/2] [v^2 - (v + \Delta v)^2] = f \Delta x$$

4.- CINEMATICA DEL MODELO

En cualquier choque de dos cuerpos sólidos, el grado de anelasticidad del impacto está representado por el coeficiente de restitución e . En el caso general de un choque de dos vehículos a velocidades v_1 y v_2 , que se separan a velocidades v'_1 y v'_2 respectivamente, el coeficiente de restitución en la dirección del choque se expresa como sigue:

$$e = -(v'_1 - v'_2)/(v_1 - v_2)$$

En el caso particular del choque contra barreras rígidas, se cumple la condición $v_2 = v'_2 = 0$, con lo que la expresión queda reducida a:

$$e = -(v' / v_i)$$

En los ensayos de choque de vehículos contra barreras rígidas, se obtienen gráficos de la variación de velocidad en función del tiempo, mediante acelerómetros ubicados en distintos puntos del vehículo. En la figura 1 se reproduce el diagrama velocidad-tiempo durante el impacto, obtenido en base al registro de aceleración en un punto próximo al centro de masa del vehículo.

En el instante inicial de la colisión la velocidad es v_i y al finalizar el impacto la velocidad final es $v' = -e v_i$. La variación de velocidad total resulta

$$\Delta V = v_i (1 + e).$$

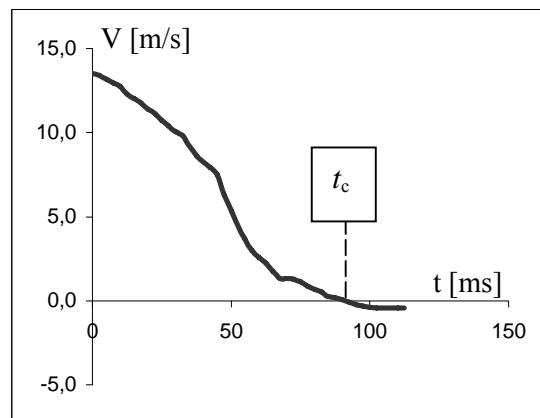


Figura 1 - Diagrama $V(t)$ en un ensayo de impacto contra barrera (NHTSA - Ensayo V0373 – Ford Escort 81, 30,2 m.p.h.)

En la figura 1, el tiempo t_c corresponde al instante en que la velocidad se anula, y en el cual toda la energía cinética del impacto se ha transformado en trabajo de deformación. Entre los instantes t_c y T , el automóvil recupera una porción de esa energía cinética, correspondiente con un trabajo de restitución negativo, que representa el valor de la energía potencial elástica de deformación. La gráfica $V(t)$ de la figura 1, puede asimilarse a la siguiente expresión:

$$V(t) = A G'(t) + B \quad [I]$$

en la cual A y B son coeficientes relacionados con la elasticidad del choque y la frecuencia propia correspondiente al primer modo de vibración de la estructura del automóvil. $G'(t)$ es una función del tiempo tal que integrando y derivando la ecuación, se obtienen las expresiones que representan el desplazamiento y la aceleración como funciones de tiempo durante la colisión

$$X(t) = A G(t) + B t$$

$$A(t) = A G''(t)$$

Mediante el estudio de distintos acelerogramas de ensayos de choque contra barrera, y diagramas de velocidad-tiempo en ensayos en choques de vehículos⁽²⁾, se propone la siguiente expresión para la ecuación diferencial:

$$G_n''(t) = \sum (1/n) \text{sen } nwt \quad (n = 1, 2 \dots n) \quad [II]$$

donde n es una sucesión de números naturales, y w es un parámetro, que como se verá más adelante, está relacionado con la rigidez estructural del vehículo. Si se establece la relación $w = \pi/T$, la función tiene validez en el intervalo $0 < wt < \pi$.

Los coeficientes A y B se obtienen a partir de las condiciones de borde; se debe cumplir que:

$$\Delta V = \int_{t_0}^T A(t) dt = v_i (1 + e), \quad [III]$$

En el instante inicial ($t = wt = 0$) se debe cumplir

$$V(0) = A G'(0) + B = v_i$$

y en el instante final ($t = T; wt = \pi$) se debe cumplir

$$V(T) = A G'(T) + B = -e v_i$$

Con las condiciones de borde explicitadas, los valores de A y B dependen del valor del término de la sumatoria correspondiente al máximo n . La observación de los resultados experimentales del choque de vehículos, permite obtener como conclusión que un valor de $n = 5$ satisface razonablemente los casos de choques a alta velocidad de automóviles modernos, con diseños monocasco de deformación progresiva o controlada, posteriores al año 1980. En dichos casos, los valores extremos de la función resultan:

$$G'(0) = 1,464; \quad \text{y} \quad G'(T) = -0,839$$

con lo que los valores de los coeficientes A y B resultan ser:

$$A = v_i (1 + e) w/2,303$$

$$B = (v_i /2,303) (0,839 - 1,464 e)$$

Con estos valores, el modelo con $n = 5$ queda expresado de la siguiente manera:

$$A_5(t) = -(v_i /2,3) [(1 + e) w \sum (1/n) \text{sen } nwt] \quad [3]$$

$$V_5(t) = (v_i / 2,3) [(1 + e) \cdot \sum (1/n^2) \cos nwt + (0,839 - 1,464 e)] \quad [4]$$

$$X_5(t) = (v_i / 2,3) [(1 + e)/w \sum (1/n^3) \sen nwt + (0,839 - 1,464 e) t] \quad [5]$$

En algunos diagramas relevados en ensayos de choques de vehículos de diseño antiguo, previo a los años 70, y en general en ensayos realizados a baja velocidad, adquiere mayor relevancia el componente elástico de la respuesta de la estructura. Esta característica coincide con coeficientes de restitución mayores que en el caso de comportamientos altamente plásticos. Para estos casos, se comprueba que las respuestas en ensayos aproximan mejor a soluciones con $n = 1$. Para este caso, y aplicando un razonamiento análogo para la determinación de los coeficientes, el modelo queda expresado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$X_I(t) = (v/2) [(1+e)/w \sen wt + (1-e) t] \quad [6]$$

$$V_I(t) = (v/2) [(1+e) \cos wt + (1-e)] \quad [7]$$

$$A_I(t) = -(v/2) w (1+e) \sen wt \quad [8]$$

5.- VALIDACION DEL MODELO DINAMICO

Las ecuaciones [I], [II] y [III] han sido propuestas con la intención de modelar la aceleración registrada por acelerómetros ubicados próximos al centro de masa de automóviles que chocan contra barreras rígidas. Ensayos realizados desde los años 60 y 70 ^{[1]; [7]}, demostraron que el pico de máxima aceleración ocurre en el primer tercio del intervalo de tiempo de la colisión T , y con un valor tres o más veces superior a la aceleración media del impacto.

Los diseños posteriores, al introducir el concepto de deformación progresiva controlada, lograron atenuar el pico y distribuir el fenómeno de la variación de velocidad de manera más uniforme a lo largo del intervalo T de la colisión, con dos o más picos de orden similar. Comparado con esos picos, el modelo con $n = 5$ alcanza un valor máximo de hasta un 15 % de discrepancia, siempre en defecto, con respecto a los ensayos.

En la figura 2 se presentan los diagramas de aceleración-tiempo del modelo comparados con los diagramas obtenidos en ensayos de impacto.⁽³⁾ En la gráfica de la izquierda se representa el modelo con $n = 1$ y $n = 5$ y el ensayo de un choque contra barrera a una velocidad de 13,5 m/s (NHTSA, Ensayo V0373 en Ford Escort 81 – 30,2 m.p.h.). Se aprecia que la aceleración simulada con $n = 1$ presenta una respuesta muy alejada en términos absolutos con los valores reales.

El diagrama de la derecha corresponde al mismo modelo con $n = 5$, y el ensayo del mismo vehículo, con una velocidad de impacto de 4,5 m/s (NHTSA, Ensayo V1216 en Ford Escort 85 – 10 m.p.h.). Se aprecia una mejor coincidencia entre picos del modelo y los registrados en el ensayo.

El término $(1/n)$ en la ecuación [3], en las sucesivas integraciones para determinar las funciones de velocidad y desplazamiento, se expresa con potencias mayores que 1. Este hecho determina que las curvas de velocidad y desplazamiento del modelo, tanto para $n = 5$ como para $n = 1$, converjan respectivamente entre sí, y con las gráficas correspondientes, obtenidas a partir de los valores del ensayo.

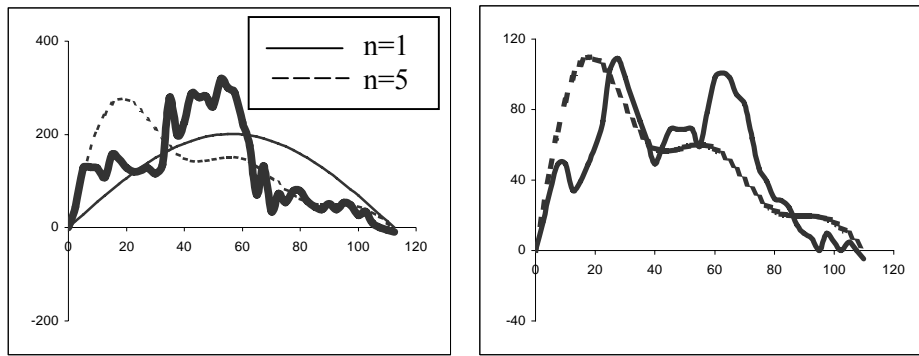


Figura 2 - Diagramas Aceleración-tiempo
Modelo con $n=1$ y $n=5$; comparación en ensayos a alta y baja velocidad

En las figuras 3a y 3b se muestran las curvas de velocidad y desplazamiento durante la colisión y en función del tiempo, determinadas con el modelo en las dos variantes consideradas, contrastadas con las equivalentes en el ensayo de impacto a alta velocidad. En ambas gráficas, se observa que los valores obtenidos con el modelo, para $n = 1$ y $n = 5$, delimitan las zonas en las gráficas, dentro de las cuales se ubican los valores de velocidad y desplazamiento obtenidos en el ensayo.

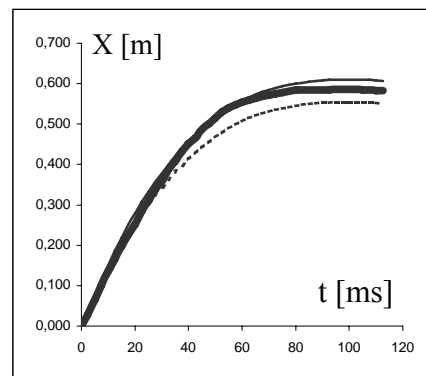
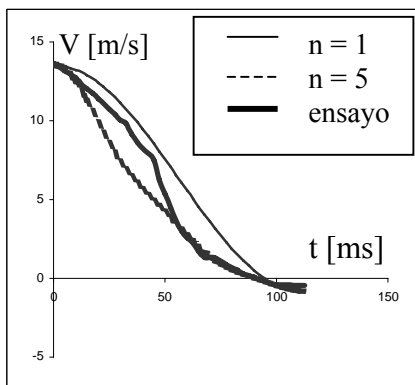


Figura 3a - Diagrama $V(t)$
Modelo con $n=1$ y $n=5$; comparación en un ensayo de impacto contra barrera (NHTSA -
Ensayo V0373 – Ford Escort 81 - 30,2 m.p.h.)

Figura 3b - Diagrama $X(t)$

En las figuras 4a y 4b se muestran las mismas curvas referidas a un ensayo de baja velocidad, del que se extraen conclusiones semejantes.

La ecuación [2] permite estimar con el modelo la variación de la fuerza aplicada en función del tiempo. Desarrollando esta última ecuación, y utilizando la expresión $X(t)$ dada por las ecuaciones [5] y [6], se obtiene la función fuerza $F = f(x)$, para $n = 1$ y $n = 5$ respectivamente. La figura 5 representa esta última función para $n = 5$ –hasta el valor de máxima deformación-, comparada con la obtenida empleando los valores de ensayo. El área encerrada bajo la curva representa el trabajo mecánico de deformación generado a expensas de la pérdida de energía cinética.

Esta última comparación exhibe la similitud de los resultados obtenidos con el modelo teórico propuesto, con $n = 5$, respecto de las determinaciones realizadas en los ensayos de choque contra barreras rígidas.

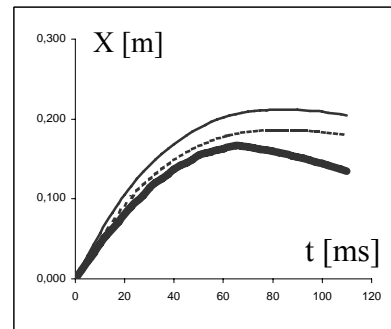
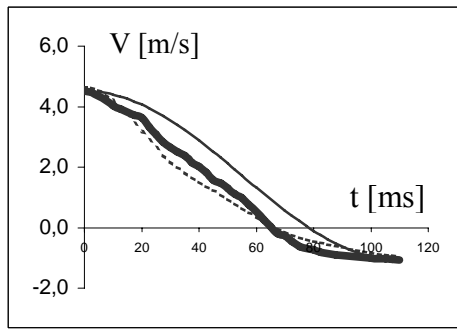


Figura 4a - *Diagrama V(t)* Figura 4b - *Diagrama X(t)*
Modelo con n=1 y n=5; comparación en un ensayo de impacto contra barrera (NHTSA -
Ensayo V1216 – Ford Escort 85 - 10 m.p.h.)

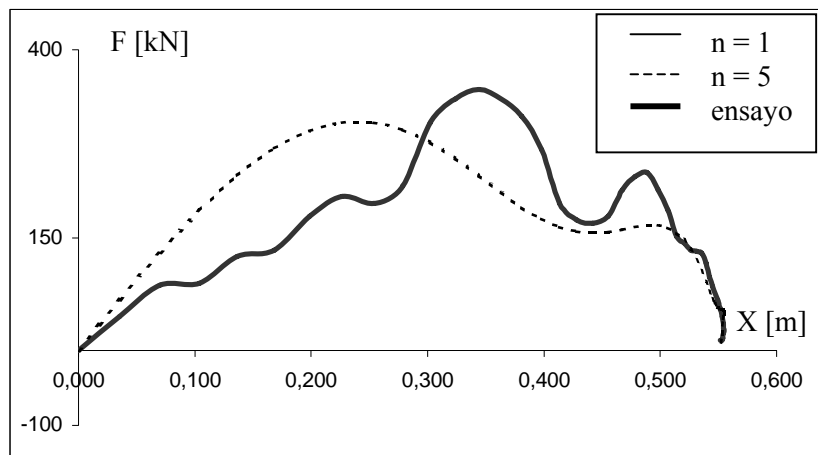


Figura 5 - *Diagrama F(x)- Modelo con n=5; comparación en un ensayo de impacto contra*
barrera (NHTSA - Ensayo V0373)

6.- CONCLUSIONES

El modelo de análisis dinámico propuesto, es un desarrollo de un caso particular del movimiento armónico. Desde este punto de vista resulta un refinamiento de las propuestas originales de Locati y Emori, e incluye resultados obtenidos en desarrollos posteriores, de modelos de varios grados de libertad en la década del 60^{[8];[9]}.

Con la incorporación del coeficiente de restitución como parámetro relacionado a la severidad del impacto, el modelo muestra un razonable grado de correlación con los diagramas derivados de los ensayos de choques contra barreras rígidas; por estar planteado en forma general, permite su utilización en el caso de choque entre dos vehículos.

Además de las estimaciones de variación de velocidad, el modelo de análisis propuesto permite considerar con buena aproximación aceleraciones y fuerzas puestas en juego durante la colisión, con lo que abre un panorama amplio para el estudio de la segunda colisión, la que ocurre en el interior del vehículo con pasajeros y tripulantes.

Ulteriormente el análisis de la dinámica de impacto puede contribuir al estudio de casos de choques de masas disímiles (embestimientos de ciclistas y peatones por ejemplo) y choques a baja velocidad con mayores grados de certidumbre y precisión, campo donde los esquemas tradicionales exhiben poca o nula consistencia.

El modelo propuesto resulta complementario de los algoritmos derivados del análisis de la energía absorbida en la deformación. El modelo propuesto, debido a su capacidad de determinar la fuerza en función del tiempo durante la colisión, permite analizar el accidente conociendo solamente la deformación de un solo vehículo interviniente, en un eventual análisis de un choque entre dos de ellos. Del otro vehículo sólo es necesario conocer su masa y la rigidez del área de contacto de la colisión.

Buenos Aires, agosto de 2003.-

NOTAS

- (1) En el presente caso se reduce el análisis a la colisión frontal de un vehículo contra una barrera rígida. En otro trabajo se analiza en forma dinámica el caso de choques entre dos vehículos
- (2) Véase Aníbal O. García, José P. Cebreiro “UTILIZACION DE MODELOS DINAMICOS EN LA INVESTIGACIÓN DE ACCIDENTES VIALES” - **CONGRESO IBEROAMERICANO DE ACCIDENTOLOGÍA VIAL** - Avellaneda – 9 al 11 de octubre de 2003
- (3) Tratado con rigurosidad, tanto desde el punto de vista vectorial, como del análisis matemático, aceleración y fuerza tienen signo negativo, lo que equivale a decir sentido contrario de la velocidad y desplazamiento del vehículo que embiste. En los gráficos se representan ambas funciones en valores positivos, y ello resulta admisible en modelos que persiguen como finalidad, la determinación de los valores absolutos de los parámetros dinámicos y su evolución durante el tiempo de la colisión.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] *L. Locati* **COMPORTEMENT D'UNE VOITURÉ DANS LES COLLISIONS** - Bulletin d'Information CIDITVA N° 17 - marzo 1964.
- [2] *Richard I Emori* - **ANALYTICAL APPROACH TO AUTOMOBILE COLLISIONS.**- Paper SAE 680016.- 1968
- [3] *Kenneth L Campbell* - **ENERGY BASIS FOR COLLISION SEVERITY.**- Paper SAE 740565.- 1974
- [4] *Raymond R. McHenry.*- **A COMPARISON OF RESULTS OBTAINED WITH DIFFERENT ANALYTICAL TECHNIQUES FOR RECONSTRUCTION OF HIGHWAY ACCIDENT.**- Paper SAE 750893 – 1975
- [5] *Denis P. Wood.*- **COLLISION SPEED ESTIMATION USING A SINGLE NORMALIZED CRUSH DEPTH-IMPACT SPEED CHARACTERISTIC.**- Paper SAE 920604 - 1992
- [6] *Aloke K. Prasad.*- **CRASH3 DAMAGE ALGORITHM REFORMULATION FOR FRONT AND REAR COLLISIONS.**- Paper SAE 900098 – 1990
- [7] *Derwyn M. Severy, Harrison M. Brink y David M. Blaisdell* – **SMALLER VEHICLE VERSUS LARGER VEHICLE COLLISIONS.**- University of California - Paper SAE 710861.- 1971
- [8] *Noboru Miura, Koichiro Kawamura* – **ANALYSIS OF DEFORMATION MECHANISM IN HEAD-ON COLLISION.**- Paper SAE 680484.- 1968
- [9] *Masanori Tani, Richard I Emori* – **STUDY OF AUTOMOBILE CRASHWORTHINESS.**- Paper SAE 700175.- 1970